



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
DIPARTIMENTO DI ECONOMIA E METODI QUANTITATIVI
DOTTORATO DI RICERCA IN MATEMATICA PER LE
DECISIONI ECONOMICHE E FINANZIARIE
XXIII CICLO

*IMPORTANZA DI AVVERSIONE AL RISCHIO E LASCITI
NELLA SCELTA DEL CONSUMO OTTIMO INTERTEMPORALE*

DOTTORANDO:
ANTONIO CRISTALDI

TUTOR:
Chiar.mo Prof. MAURIZIO CASERTA

COORDINATORE DEL CICLO:
Chiar.mo Prof. BENEDETTO MATARAZZO

ANNI ACCADEMICI
2008-2009-2010

INTRODUZIONE	i
---------------------------	----------

SEZIONE I – REDDITO, CONSUMO, RISPARMIO, INVESTIMENTO:

ASPETTI DEFINITORI E RELAZIONALI	1
---	----------

Capitolo 1 – L’ipotesi del «reddito assoluto» di Keynes	3
--	----------

Definizioni e relazioni	3
-------------------------------	---

La propensione a consumare	4
----------------------------------	---

I fattori oggettivi	4
---------------------------	---

La «fundamental psychological law»	5
--	---

I fattori soggettivi	6
----------------------------	---

La visione keynesiana del risparmio	7
---	---

L’influenza keynesiana sulle teorie del risparmio	8
---	---

Capitolo 2 – L’ipotesi del «reddito relativo permanente» di Duesenberry	11
--	-----------

La definizione di reddito relativo permanente	11
---	----

Il carattere della relatività	12
-------------------------------------	----

Il carattere della permanenza	14
-------------------------------------	----

Il superamento dell’ipotesi di Duesenberry	15
--	----

Capitolo 3 – L’ipotesi del «reddito permanente» di Friedman	18
--	-----------

La definizione di “reddito permanente”	18
--	----

La struttura del reddito in “Income from Independent Professional Practice”: il primo stadio ..	19
---	----

Il modello formale della Permanent Income Hypothesis: il secondo e terzo stadio	22
---	----

Capitolo 4 – L’ipotesi del «ciclo vitale dei risparmi» di Modigliani	29
---	-----------

L’impianto teorico del modello	29
--------------------------------------	----

Il modello formale della Life Cycle Hypothesis.....	30
---	----

Obiettivi e sviluppi della LCH.....	30
-------------------------------------	----

Massimizzazione dell’utilità e ruolo delle risorse vitali	32
---	----

La versione di base della LCH.....	33
------------------------------------	----

Il caso di un’economia stazionaria.....	36
---	----

Il caso di un’economia con tasso di crescita costante	37
---	----

Verifiche empiriche	40
---------------------------	----

Conclusioni	41
--------------------------	-----------

SEZIONE II – IL RUOLO DELL’INCERTEZZA NELL’ASSUNZIONE DELLE DECISIONI DI CONSUMO-RISPARMIO 44

Capitolo 5 – Il problema della misurazione del reddito permanente: nuove assunzioni, strumenti, implicazioni	47
Le aspettative razionali.....	48
L’equazione di Eulero	50
I modelli “analitici” degli anni sessanta e settanta: nuove implicazioni rispetto alla PIH.....	53
Le caratteristiche dei moderni modelli di consumo	55
La concavità della funzione di consumo.....	58
Avversione al rischio	59
Regimi di attualizzazione nelle funzioni di utilità	61
Capitolo 6 – L’effetto dell’abbandono delle assunzioni semplificatrici nella LCH	63
Implicazioni della LCH di base	69
Assunzioni più realistiche.....	69
Tassi di interesse non nulli	69
Il ciclo vitale dei guadagni e della dimensione familiare.....	71
Durata del periodo lavorativo e di quello in quiescenza	71
Vincoli di liquidità.....	72
Miopia.....	73
LCH in condizioni di incertezza: ulteriori estensioni del modello	74
Conclusioni	81

SEZIONE III – IL RUOLO DEI LASCITI NELL’ASSUNZIONE DELLE DECISIONI DI CONSUMO-RISPARMIO 84

Capitolo 7 – L’importanza del movente ereditario nel processo di accumulazione della ricchezza	86
Stime della quota di ricchezza dovuta a trasferimenti	89
Il contributo della trasmissione ereditaria alla ricchezza totale: definizioni, misura e moventi	92
Movenite precauzionale e movente ereditario	97
L’importanza del puro movente ereditario	99
Capitolo 8 – La considerazione dei lasciti nel modello del ciclo vitale.....	105
Le principali implicazioni aggregative della LCH di base: elencazione	106
LCH con lasciti: estensione del modello originario.....	107

SEZIONE IV – CONSIDERAZIONE CONGIUNTA DI INCERTEZZA E LASCITI NELL’ASSUNZIONE DELLE DECISIONI DI CONSUMO-RISPARMIO	120
Capitolo 9 – La specificazione della funzione di utilità e le regole di consumo ottimo	125
Le funzioni di utilità della classe HARA.....	125
Funzione di utilità con coefficiente di avversione relativa al rischio costante (CRRA)	131
Funzione di utilità logaritmica.....	133
Derivazione delle regole di consumo ottimo nel modello ad orizzonte infinito (Phelps, 1962) e nel modello ad orizzonte finito con lasciti (Benitez-Silva, 2000) nella forma in cui sono espresse per il confronto	134
Funzione di utilità CRRA con coefficiente di avversione al rischio ρ	135
Funzione di utilità logaritmica	137
Sulla coincidenza tra la regola di consumo del primo periodo del modello ad orizzonte finito (c_0) e la regola di consumo del modello ad orizzonte infinito (c_∞)	138
L’andamento del consumo ottimo nel modello ad orizzonte finito con lasciti	143
Capitolo 10 – Considerazioni finali, interpretazioni, riflessioni	151
La condizione di costanza del sentiero di consumo ottimo con incertezza e lasciti	158
Il collegamento tra propensione ai lasciti, capitale culturale e livello di fiducia.....	164
CONCLUSIONE	172

Indice delle figure

<i>Figura 1.a - MPC delle famiglie come funzione quasi-concava del RPI</i>	13
<i>Figura 1.b - MPC delle famiglie come funzione convessa del RPI</i>	13
<i>Figura 2 - Reddito, consumo, risparmio e ricchezza in funzione dell'età nella LCH di base</i>	34
<i>Figura 3 - Funzioni di sconto esponenziale, iperbolica, quasi-iperbolica</i>	62
<i>Figura 4 - La funzione lineare del risparmio aggregato con intercetta negativa</i> ...	65
<i>Figura 5 - La decrescenza di $U'(C)$ nella funzione di utilità $U(C)=AC^\gamma$ ($A=10$; $\gamma=0.5$)</i>	75
<i>Figura 6 - La negatività di $U''(C)$ nella funzione di utilità $U(C)=AC^\gamma$ ($A=10$; $\gamma=0.5$)</i> ...	75
<i>Figura 7 - La costanza dell'indice di avversione relativa al rischio rispetto al livello dei consumi nella funzione di utilità $U(C)=AC^\gamma$ ($A=10$; $\gamma=0.5$)</i>	76
<i>Figura 8 - Valori di MPC e utilità marginale del consumo lungo le isocline $\dot{u}(\bar{Y}_t)=k$ ($10 \leq k \leq 100$, $\Delta k=10$, $0.1 \leq MPC \leq 1$, $\Delta MPC=0.1$)</i>	78
<i>Tipi di risparmio e ricchezza nel ciclo vitale</i>	104
<i>Figura 9 - Convergenza a zero del risparmio vitale nel lungo periodo</i>	110
<i>Figura 2 - Reddito, consumo, risparmio e ricchezza in funzione dell'età nella LCH di base, in rosso le modifiche implicate dai lasciti</i>	111
<i>Figura 10 - Grafici di risorse vitali, consumo e ricchezza nella LCH senza lasciti e con lasciti</i>	116
<i>Figura 11 - Rappresentazione delle funzioni di utilità della classe HARA</i>	128
<i>Regole di consumo al variare della ricchezza nel caso di utilità logaritmica</i>	141
<i>Regole di consumo al variare della ricchezza nel caso di utilità logaritmica e CRRA a confronto</i>	142
<i>Figura 12 - L'andamento del sentiero di consumo ottimo intertemporale nel modello con incertezza e lasciti in orizzonte finito</i>	146
<i>Rapporto consumo-reddito e numero di revisioni</i>	157
<i>Regole di consumo ottimo: un confronto tra revisioni annuali e mensili nel caso di utilità CRRA</i>	157
<i>Valori di K che implicano un sentiero del consumo ottimo intertemporale costante per diversi valori del tasso di preferenza intertemporale e dell'indice di avversione relativa al rischio</i>	159

Indice delle tabelle

<i>Principali teorie di consumo-risparmio: aspetti definitori e relazionali</i>	42
<i>Tab. 2 - Stime della quota di ricchezza dovuta a trasferimenti sulla ricchezza totale</i>	89-90
<i>Trasferimenti intergenerazionali secondo quattro criteri: tempo, natura, intenzionalità, livello di analisi</i>	102
<i>Ricchezza totale a livello familiare e di sistema economico</i>	102
<i>Importanza della quota dei lasciti secondo K&S e Modigliani</i>	103
<i>Il risparmio vitale in funzione dei lasciti ricevuti</i>	109-110
<i>Tabella 1a - Le variabili vitali nella LCH originaria (a sinistra) e nella LCH con lasciti (a destra): coincidenza dei sentieri vitali negli anni in cui non si riceve alcun lascito</i>	113
<i>Tabella 1b - Le variabili vitali nella LCH originaria (a sinistra) e nella LCH con lasciti (a destra): l'impatto dei lasciti all'età del ricevimento su risorse vitali e stock di ricchezza</i>	114
<i>Tabella 1c - Le variabili vitali nella LCH originaria (a sinistra) e nella LCH con lasciti (a destra): coincidenza tra lasciti ricevuti e lasciti donati all'atto del decesso in economia stazionaria</i>	115
<i>Numero minimo di iterazioni per la convergenza tra c_0 e c_∞ per diversi valori del fattore di preferenza intertemporale</i>	139-140

Simbologia

L'impiego dei simboli adottati nel corso della trattazione sarà mantenuto, per quanto possibile, costante nelle diverse sezioni, anche se si è preferito continuare ad utilizzare quelli standard quando si è proceduto all'esposizione dei modelli di consumo nella prima sezione e ogniqualvolta si sia fatto esplicito riferimento ad articoli specifici nelle sezioni successive.

La scelta di non variare i simboli originari nelle prime tre sezioni è legata al fatto che essi sono ormai consolidati: si è quindi preferito introdurli ogniqualvolta sono stati impiegati piuttosto che uniformare totalmente la simbologia nell'intera trattazione.

Per non far torto al presente lavoro ed in un'ottica di facilitarne la lettura anche di singoli capitoli, si riportano gli acronimi utilizzati nell'intera trattazione e la notazione impiegata in ciascun capitolo, inserendo nei capitoli successivi solo i simboli diversamente impiegati nei precedenti o non impiegati affatto.

Acronimi più comunemente impiegati

MPC = "marginal propensity to consume", propensione marginale al consumo

APC = "average propensity to consume", propensione media al consumo

RPI = "relative permanent income", il reddito relativo permanente su cui si basa l'ipotesi di studio di Duesenberry

PIH = "permanent income hypothesis", l'ipotesi del reddito permanente di Friedman

LCH = "life cycle hypothesis", l'ipotesi del ciclo vitale di Modigliani-Brumberg

HARA = "hyperbolic absolute risk aversion", classe di funzioni di utilità che presenta un coefficiente di avversione assoluta al rischio $(-u''/u')$ iperbolico

DARA = "decreasing absolute risk aversion", funzioni di utilità HARA con coefficiente di avversione assoluta al rischio decrescente all'aumentare della ricchezza

CRRA = "constant relative risk aversion", funzione di utilità DARA con coefficiente di avversione relativa al rischio costante

IARA = "increasing absolute risk aversion", funzioni di utilità HARA con coefficiente di avversione assoluta al rischio crescente all'aumentare della ricchezza

CARA = "constant absolute risk aversion", funzioni di utilità HARA con coefficiente di avversione assoluta al rischio costante all'aumentare della ricchezza

K&S = Kotlikoff e Summers

Notazione introdotta in ciascun capitolo

Capitolo 1

χ = propensione a consumare

Y_w = livello di reddito in termini di unità salariali

C_w = spesa per consumi in termini di unità salariali

Capitolo 2

$Y_{i,t}$ = reddito permanente disponibile della famiglia i nel periodo t

Y_t = reddito permanente medio disponibile nel periodo t

$C_{i,t}$ = consumo della famiglia i nel periodo t

Capitolo 3

p_t = componente permanente del reddito osservato al tempo t

t_t = componente transitoria del reddito osservato al tempo t

q_{ij} = componente quasi-permanente del reddito (osservato) percepita dall'anno i
all'anno j

δ = tasso soggettivo di sconto

y_p = reddito permanente

i = tasso di interesse

W = flusso dei redditi attesi attualizzati (*depreciated expected receipts*)

c_t = consumo osservato al tempo t

y_t = reddito transitorio

c_p = consumo permanente

c_t = consumo transitorio

w = rapporto tra ricchezza “non umana” (finanziaria e immobiliare) e reddito permanente

u = altri fattori influenti sulle preferenze quali età e numero di componenti della famiglia

Capitolo 4

$\bar{Y}$ = risorse vitali, definite come $\hat{Y} + BR$

$\hat{Y}$ = valore attuale dei redditi da lavoro, “ricchezza umana”

BR = lasciti ricevuti

Y = sentiero di reddito nel ciclo vitale

C = sentiero di consumo nel ciclo vitale

A = sentiero di ricchezza nel ciclo vitale

T = il ciclo di vita, rappresentato dalle diverse età

N = l'età di cessazione dell'attività lavorativa, coincidente con l'inizio del periodo di pensionamento

L = l'età del decesso

$M \equiv L - N$ = durata del periodo di pensionamento

W = ricchezza aggregata

$S = \Delta W$ = risparmio aggregato

s = tasso di risparmio

w = rapporto ricchezza-reddito

g = tasso di crescita dell'economia

Y^L = reddito da lavoro

Capitolo 5

$u(C_t)$ = funzione di utilità istantanea al tempo t

$u'(C_t)$ = utilità marginale del consumo al tempo t

r = tasso di interesse reale

δ = tasso di preferenza intertemporale nonché tasso soggettivo di sconto

$Eu'(C_{t+1})$ = utilità marginale attesa al tempo $t+1$

T = durata della vita dell'agente rappresentativo

C_t = consumo al tempo t

Y_t = reddito al tempo t

W_t = ricchezza finanziaria ed immobiliare al tempo t

H_t = valore attuale dei redditi da lavoro, dei trasferimenti e di ogni altro reddito non condizionato alle decisioni di risparmio, il c.d. «noncapital income»

$\beta = (1 + \delta)^{-1}$ = fattore di preferenza intertemporale

ρ = coefficiente di avversione al rischio nonché tasso di sconto

Z_t = variabili demografiche (e quant'altro influenzi le preferenze)

σ_t^2 = varianza condizionata del consumo

Capitolo 6

$\bar{Y}$ = massimo reddito passato

S/Y_t = quota di risparmio

Y^L = redditi da lavoro

Y^P = redditi da proprietà

$U(C) = AC^\gamma$ = formula potenziale della funzione di utilità

$\rho = 1 - \gamma$ = indice di avversione relativa al rischio sotteso alla forma potenziale della funzione di utilità

Capitolo 7

BL = lasciti da donare agli eredi

W = ricchezza totale

B = flusso annuale dei lasciti

η = elasticità dei lasciti alla ricchezza totale

Capitolo 8

LS = risparmio vitale = lasciti donati (BL) – lasciti ricevuti (BR)

A = ricchezza privata aggregata

Capitolo 9

x = ricchezza totale

$c(x)$ = funzione di consumo

$u(x, c)$ = funzione implicita di utilità

c_0 = regola di consumo del modello ad orizzonte finito nel primo periodo di ottimizzazione

c_∞ = regola di consumo del modello ad orizzonte infinito

i_∞ = numero minimo di iterazioni che è necessario effettuare affinché c_0 coincida con c_∞

K = fattore che fa entrare i lasciti nella funzione di utilità istantanea, *bequest factor*

$X_t = W_t + Y_t^L$ = definizione della ricchezza totale come somma di ricchezza non umana ed umana

$W_{t+1} = R(W_t + Y_t^L - C_t)$ = condizione dinamica della ricchezza non umana

$R = 1 + r$ = fattore di capitalizzazione della ricchezza non umana

P_t = reddito permanente al tempo t

T_t = shock moltiplicativo transitorio sul reddito percepito al tempo t

$Y_t^L = P_t T_t$ = reddito da lavoro come prodotto di reddito permanente e shock transitorio sullo stesso

N_t = shock moltiplicativo permanente sul reddito percepito al tempo t

$G = 1 + g$ = fattore di crescita del reddito permanente

$P_{t+1} = G P_t N_{t+1}$ = condizione dinamica del reddito permanente

Introduzione

La struttura del presente lavoro di tesi è stata dettata dal tentativo di soddisfare esigenze di chiarezza espositiva che si sono rese evidenti nel corso della stesura dei diversi capitoli: la suddivisione in sezioni vuole dar conto del fatto che la tematica trattata in ciascuna sezione potrebbe costituire oggetto autonomo di studio ed essere quindi approfondita *per se*. I capitoli all'interno della stessa sezione trattano il medesimo argomento in un'ottica funzionale all'**obiettivo** che il presente lavoro si propone: **l'osservazione delle implicazioni di considerazioni congiunte di incertezza e lasciti sui sentieri vitali delle variabili rilevanti del problema di scelta del consumatore lungimirante.**

Il tentativo che viene svolto è quindi quello di mettere insieme, in un coerente modello di consumo e risparmio, sia considerazioni di incertezza sia l'argomento relativo ai lasciti ereditari ed osservare come l'analisi congiunta delle due motivazioni suddette conduca a comportamenti ottimi di consumo (e risparmio) che possono discostarsi da quanto implicato dai modelli "puri" di risparmio precauzionale: l'implicazione di un sentiero del consumo ottimo crescente – tipica del risparmio precauzionale indotto dall'incertezza sui redditi da lavoro futuri – potrebbe cadere nel caso in cui l'agente ottimizzante risparmi anche per donare un certo patrimonio agli eredi (oltre che per coprire l'incertezza sul futuro), in quanto ciò condurrebbe ad un sentiero di risparmio più elevato rispetto a quello che si avrebbe nel caso della sola motivazione precauzionale, con l'importante implicazione che il processo di *consumption smoothing* potrebbe condurre (se sono soddisfatte certe condizioni) ad un sentiero di consumo costante (anziché crescente) anche nel caso di risparmio precauzionale.

Il punto di partenza del presente lavoro è l'illustrazione delle definizioni di reddito, consumo e risparmio in importanti modelli di consumo che hanno influenzato gli sviluppi successivi della teoria del consumatore lungimirante: si osserveranno le definizioni di tali variabili nell'ipotesi del *reddito assoluto* di Keynes (1936), nell'ipotesi del *reddito relativo* di Duesenberry (1949), nell'ipotesi del *reddito permanente* di Friedman (1957, 1963), nell'ipotesi del *ciclo vitale* di Modigliani e Brumberg (1954, 1979). I quattro modelli considerati pongono l'accento su uno specifico concetto di reddito per spiegare i comportamenti di

consumo e risparmio: è proprio la specificità di questa definizione che differenzia e caratterizza ciascun modello e, allo stesso tempo, evidenzia che il punto di partenza necessario per lo studio dei comportamenti di consumo/risparmio è il reddito, in una qualche sua accezione.

La prima sezione si svilupperà in quattro capitoli, uno per ciascun modello considerato, e si concluderà con una tabella che riassume, per ciascuna ipotesi, la definizione di reddito impiegata e la relazione che lega il particolare concetto di reddito con consumo e risparmio. Lo studio dei diversi concetti di reddito su cui si basano i quattro modelli ivi illustrati ci ha permesso di coglierne le peculiarità e di osservare che, per le finalità che ci proponiamo, dobbiamo concentrare la nostra attenzione sul concetto di reddito permanente/risorse vitali: questi due concetti di reddito sono simili tra loro (al punto che vengono spesso accomunati in letteratura), differenziandosi essenzialmente per l'orizzonte temporale di riferimento (infinito nella PIH, finito nella LCH) e per la considerazione esplicita dei lasciti (non presente nella PIH, presente in una versione avanzata della LCH).

Il suggerimento che si trae dalla prima sezione è che il concetto di reddito più utile ai nostri fini è quello di reddito permanente/risorse vitali: questa considerazione restringerà le osservazioni sull'inclusione dell'incertezza ai soli modelli PIH e LCH.

Dovendo introdurre, in un modello PIH/LCH, sia considerazioni di incertezza sia lasciti ereditari, abbiamo scelto di esaminare separatamente l'inclusione di questi due argomenti in due sezioni differenti: la seconda sezione si occuperà di trattare la tematica del ruolo dell'incertezza nell'assunzione delle decisioni di consumo-risparmio con riferimento alle problematiche e complicazioni che emergono nella modellazione PIH (capitolo 5) e LCH (capitolo 6); la terza sezione analizzerà il ruolo dei lasciti nell'assunzione delle decisioni di consumo-risparmio con esplicito riferimento al modello LCH, trattando il tema dell'importanza del movente ereditario nel processo di accumulazione della ricchezza (capitolo 7) ed estendendo la LCH standard in modo che essa possa includere anche i lasciti ereditari (capitolo 8).

La seconda sezione, in particolare, tratterà – nel quinto capitolo – il problema della misurazione del reddito permanente in un contesto di incertezza sui redditi da lavoro futuri, introducendo la motivazione precauzionale del risparmio e mettendo a

confronto l'ipotesi di Friedman (che considera sia l'incertezza sui redditi – attraverso i *windfalls* – sia il risparmio a scopo precauzionale) con i successivi modelli di *perfect foresight/certainty equivalent* (che assumono che l'incertezza sui redditi da lavoro futuri non abbia alcun effetto sui consumi, o perché si ipotizza l'inesistenza dell'incertezza stessa – nel *perfect foresight* – o perché la funzione di utilità si considera avere una forma particolare che esclude i motivi precauzionali del risparmio – nel *certainty equivalent*). Il sesto capitolo, sulla base dell'osservazione delle implicazioni che l'aggiunta di considerazioni di incertezza ha sulla funzione di risparmio (nel senso di condurre ad una funzione di consumo concava e, posta la definizione standard di risparmio, ad una funzione di risparmio convessa in condizioni di incertezza), affronta, nella prima parte, il tema del superamento dell'ipotesi di linearità della funzione di risparmio e la validità delle implicazioni LCH con assunzioni più realistiche su (i) tassi di interesse, (ii) ciclo vitale dei guadagni e della dimensione familiare, (iii) durata del periodo lavorativo e di quello in quiescenza, (iv) vincoli di liquidità, (v) miopia; la seconda parte del sesto capitolo sarà dedicata alla prima estensione del modello LCH, quella che include considerazioni di incertezza: viene riportata la particolare funzione di utilità a tal uopo impiegata, studiandone le proprietà e ricostruendo il collegamento tra utilità marginale del consumo ed incertezza.

Possiamo riassumere i suggerimenti forniti dalla seconda sezione come segue:

- la considerazione dell'incertezza sui redditi e della motivazione precauzionale del risparmio è utile per capire l'effettivo comportamento di consumo e risparmio;
- l'impianto teorico del modello del ciclo vitale è più idoneo a considerare i lasciti rispetto ad altri modelli di consumo;
- modellare le intuizioni PIH/LCH in modo matematicamente rigoroso per ogni età unisce i pregi del potere esplicativo dell'intuizione al rigore del procedimento di ottimizzazione dinamica.

La terza sezione si occuperà del ruolo dei lasciti nelle decisioni di consumo-risparmio trattando – nel settimo capitolo – l'importanza del movente ereditario nel processo di accumulazione della ricchezza e – nell'ottavo capitolo – la seconda estensione della LCH, quella che considera i lasciti. In particolare, dopo aver discusso – nel settimo capitolo – che la ricchezza aggregata è costituita da ricchezza

«a gobba» e da ricchezza ereditata, si è osservato che l'interrogativo rilevante non è se il movente ereditario sia presente nella formazione della ricchezza esistente, ma *quanto* questo sia importante: la riflessione deve quindi essere spostata da considerazioni di esistenza a considerazioni di rilevanza dei moventi precauzionale ed ereditario nel processo di accumulazione della ricchezza, essendo ciò importante anche in termini di efficacia degli interventi di *policy*; stime della quota di ricchezza dovuta ai trasferimenti sono riportate in questo capitolo. L'ottavo capitolo, dopo aver elencato le principali implicazioni aggregative della LCH standard, illustra l'estensione del modello di base che include i lasciti, riportandone le nuove implicazioni e fornendo esemplificazioni numeriche e grafiche per mettere a confronto le due versioni del modello di Modigliani.

Possiamo riassumere i suggerimenti forniti dalla terza sezione come segue:

- il fattore rilevante per determinare l'andamento dei consumi programmati è la disponibilità di risorse vitali, almeno in assenza di lasciti;
- in presenza di lasciti, occorre considerare i trasferimenti intergenerazionali nella duplice direzione di lasciti ricevuti (che aumentano le risorse vitali) e lasciti da donare agli eredi (che stanno in un'importante relazione con il livello di equilibrio di lungo periodo del risparmio vitale);
- l'ammontare dei lasciti non deriva esclusivamente dal movente ereditario, in quanto una parte di essi (quelli legati all'incertezza sulla durata della vita in assenza di vitalizi) rientra nel processo di accumulazione secondo il ciclo vitale;
- il puro movente ereditario riguarda un numero ridotto e piuttosto circoscritto di famiglie, collocate per lo più nelle fasce più alte della distribuzione del reddito e della ricchezza.

Il tentativo di studiare il comportamento ottimo di un consumatore che tenga in considerazione sia l'incertezza sia i lasciti nell'assunzione delle proprie decisioni di consumo-risparmio sarà svolto nella quarta ed ultima sezione della trattazione. A tal fine, utilizzeremo l'approccio basato sulla funzione di utilità, individuando – all'interno di una classe di funzioni comunemente impiegata, le HARA – una forma funzionale che garantisca (per costruzione) il soddisfacimento di ipotesi plausibili di avversione al rischio e la contemporanea considerazione del *bequest motive* (come ipotesi aggiuntiva) quando si decide il sentiero ottimo di consumo (e risparmio) nel corso della vita. Il metodo risolutivo impiegato sarà quello di massimizzazione a

ritroso e le regole di consumo ottimo di ciascun periodo, che danno luogo al sentiero ottimo intertemporale, dipenderanno certamente dai tassi di interesse e di preferenza intertemporale riportati nell'equazione di Eulero ma anche dal fattore che rappresenta i lasciti, assunto costante nell'arco della vita.

In realtà, esistono altre possibilità (per considerare i collegamenti intergenerazionali) alternative all'inclusione di un addendo aggiuntivo nella funzione di utilità (la nostra scelta) e cioè si può (1) ipotizzare un orizzonte temporale infinito oppure (2) includere l'utilità delle generazioni future come argomento della funzione di utilità della generazione corrente.

La scelta della funzione di utilità all'interno della classe HARA deriva dalle proprietà di questa classe di funzioni, l'opzione per l'inclusione al suo interno dell'addendo comprendente il fattore (K) relativo ai lasciti deriva dal fatto che si ritiene sufficiente (per soddisfare il “motivo di orgoglio” di Keynes) considerare una tale specificazione della funzione di utilità, apparendo eccessive entrambe le alternative.

Ulteriori osservazioni sulle scelte metodologiche condotte saranno illustrate all'interno di questa sezione nei due capitoli che la compongono: il nono capitolo si occuperà precipuamente della funzione di utilità impiegata, spiegandone le implicazioni e derivando le regole di consumo ottimo da essa scaturenti; il decimo ed ultimo capitolo interpreterà i risultati ottenuti e concluderà la trattazione con spunti di riflessione per possibili ricerche future.

SEZIONE I – REDDITO, CONSUMO, RISPARMIO, INVESTIMENTO:

ASPETTI DEFINITORI E RELAZIONALI 1

Capitolo 1 – L’ipotesi del «reddito assoluto» di Keynes 3

Definizioni e relazioni 3

La propensione a consumare 4

I fattori oggettivi 4

La «fundamental psychological law» 5

I fattori soggettivi 6

La visione keynesiana del risparmio 7

L’influenza keynesiana sulle teorie del risparmio 8

Capitolo 2 – L’ipotesi del «reddito relativo permanente» di Duesenberry 11

La definizione di reddito relativo permanente 11

Il carattere della relatività 12

Il carattere della permanenza 14

Il superamento dell’ipotesi di Duesenberry 15

Capitolo 3 – L’ipotesi del «reddito permanente» di Friedman 18

La definizione di “reddito permanente” 18

La struttura del reddito in “Income from Independent Professional Practice”: il primo stadio .. 19

Il modello formale della Permanent Income Hypothesis: il secondo e terzo stadio 22

Capitolo 4 – L’ipotesi del «ciclo vitale dei risparmi» di Modigliani 29

L’impianto teorico del modello 29

Il modello formale della Life Cycle Hypothesis 30

Obiettivi e sviluppi della LCH 30

Massimizzazione dell’utilità e ruolo delle risorse vitali 32

La versione di base della LCH 33

Il caso di un’economia stazionaria 36

Il caso di un’economia con tasso di crescita costante 37

Verifiche empiriche 40

Conclusioni 41

Sezione I – Reddito, consumo, risparmio, investimento: aspetti definitivi e relazionali

In questa prima sezione ci proponiamo di esporre i principali contributi alla moderna teoria del consumo, chiarendo preliminarmente le diverse definizioni di reddito che stanno alla base dei differenti modelli di consumo di seguito considerati. Oltre alla definizione del concetto di *reddito*, che costituisce il punto di partenza necessario per lo sviluppo di una teoria del consumo, è importante definire anche le variabili *consumo* e *risparmio*.

L'identità di contabilità nazionale tra risparmio ed *investimento* deriva, poi, dalle relazioni tra diversi agenti economici: l'ammontare di risparmio deriva dal comportamento collettivo di consumatori individuali e l'ammontare di investimento deriva dal comportamento collettivo di imprenditori individuali, queste due quantità sono necessariamente uguali poiché ciascuna di esse è uguale all'«excess of income over consumption»¹.

Nel capitolo 1 illustreremo gli aspetti definitivi e relazionali delle quattro variabili nell'ipotesi del «reddito assoluto» di Keynes; riporteremo il fondamentale concetto di propensione a consumare ed i fattori oggettivi e soggettivi che ne determinano le variazioni; infine, concluderemo il capitolo con alcune considerazioni sulla visione keynesiana del risparmio e sull'influenza che la «legge psicologica fondamentale» ha avuto sulle teorie del risparmio ad essa successive.

Nel capitolo 2 illustreremo il concetto di «reddito relativo permanente» di Duesenberry, ne spiegheremo i caratteri fondamentali e riformuleremo la «legge psicologica fondamentale» sulla base di questa nuova definizione di reddito. Concluderemo il capitolo cercando di capire le motivazioni che hanno condotto ad abbandonare questa ipotesi di studio, che appariva – in principio – promettente.

Nel capitolo 3 illustreremo il modello del «reddito permanente» di Friedman, definendo il concetto di reddito che ne è alla base nei diversi stadi in cui la PIH si è

¹ JOHN MAYNARD KEYNES, «The General Theory of Employment, Interest and Money», Londra, MacMillan and Co., 1936, Book II – Definitions and Ideas, Chapter 6 – The Definition of Income, Saving and Investment, II – Saving and Investment, § 2.

evoluta. Nel riportare le equazioni che specificano il modello teorico, noteremo come alcune assunzioni che servono a rendere il modello “operativo” (cioè capace di interpretare i dati empirici) pongano non pochi problemi definitivi e relazionali.

Nel capitolo 4 illustreremo il modello del «ciclo vitale» di Modigliani-Brumberg, ne osserveremo l’impianto teorico, la sua versione di base e le sue implicazioni più importanti, anche attraverso la considerazione di due casi-tipo: il caso di un’economia stazionaria e quello di un’economia con tasso di crescita costante. Il concetto di reddito rilevante nella LCH è quello di «risorse vitali», molto simile al «reddito permanente» di Friedman anche se – a differenza di quest’ultimo – cambia l’orizzonte temporale di riferimento (infinito nella PIH, finito nella LCH) e la considerazione esplicita dei lasciti (non presente nella PIH, presente in una versione avanzata della LCH). Concluderemo il capitolo riportando i risultati di alcune verifiche empiriche del modello.

Chiuderemo la sezione con una breve rassegna dei modelli illustrati relativamente ai rilevanti concetti di *reddito*, *consumo*, *risparmio*. Cercheremo di porre in rilievo l’importanza del risparmio e la sua determinazione, quasi unanime, come differenza tra reddito e consumo. Lo scostamento della PIH su tale aspetto definitorio è chiara espressione del tentativo di rendere questo modello di consumo in grado di interpretare i dati empirici e di giustificare le correlazioni tra le variabili transitorie e permanenti.

Capitolo 1 – L'ipotesi del «reddito assoluto» di Keynes

Definizioni e relazioni

Gli aspetti definatori di (e relazionali tra) reddito, consumo, risparmio ed investimento sono spiegati da Keynes² mediante il seguente ragionamento: poiché il reddito è uguale al valore dell'output corrente, l'investimento corrente è uguale al valore di quella parte di output corrente non consumata, il risparmio è uguale all'eccesso di reddito sul consumo, si deve avere l'uguaglianza tra risparmio ed investimento. In breve,

reddito = valore dell'output = consumo + investimento

risparmio = reddito – consumo

quindi, risparmio = investimento.

L'ultima uguaglianza è sempre verificata a meno di considerare definizioni differenti di reddito, risparmio, investimento. Tale equivalenza – continua Keynes – emerge dal carattere *bilaterale* delle transazioni fra il produttore, da un lato, ed il consumatore o l'acquirente di «capital equipment» (stock di prodotti – finiti e non – e beni capitali alla fine del periodo³), dall'altro. Si osservano, ancora, comportamenti abituali di natura psicologica («habits of psychological response»⁴) che permettono il raggiungimento di un equilibrio al quale la “prontezza per comprare” è uguale alla “prontezza per vendere”: l'esistenza di un tale valore di mercato per l'output è, allo stesso tempo, (1) condizione necessaria affinché il reddito monetario abbia un *valore* definito e (2) condizione sufficiente affinché il risparmio aggregato («the aggregate amount which saving individuals decide to save»⁵) sia uguale all'investimento aggregato («the aggregate amount which investing individuals decide to invest»⁶).

² *Ibidem*, § 4.

³ *Ibidem*, Book II – *Definitions and Ideas*, Chapter 6 – *The Definition of Income, Saving and Investment*, I – *Income*, § 1.

⁴ *Ibidem*, Book II – *Definitions and Ideas*, Chapter 6 – *The Definition of Income, Saving and Investment*, II – *Saving and Investment*, § 7.

⁵ *Ibidem*, ultimo periodo.

⁶ *Ibidem*.

La propensione a consumare

A questo punto, Keynes sposta l'attenzione sulle decisioni di consumo (piuttosto che di risparmio-investimento) per motivi di maggior chiarezza ed immediatezza cognitiva; del resto, il risparmio è un mero residuo: i capitoli da 8 a 10 della *General Theory*⁷ riguardano la propensione a consumare, che ha preso il posto della propensione o predisposizione a risparmiare.

La propensione a consumare è definita come la relazione funzionale χ tra un determinato livello di reddito in termini di unità salariali (Y_w) e la spesa per consumi di quel dato livello di reddito (C_w), cioè⁸

$$C_w = \chi(Y_w) \quad (1.1)$$

Il consumo aggregato dipende quindi congiuntamente (i) dal livello del reddito aggregato, (ii) da altri fattori oggettivi, (iii) da fattori soggettivi; tutti questi fattori interagiscono tra loro e rendono difficile l'individuazione del contributo di ciascuno di essi (singolarmente considerato) alla determinazione del consumo aggregato⁹.

I fattori oggettivi

Poiché i fattori soggettivi (intesi come caratteristiche psicologiche della natura umana nonché pratiche sociali ed istituzioni¹⁰) non generano, probabilmente, variazioni della propensione al consumo in periodi di tempo brevi (tranne che in circostanze anormali o rivoluzionarie), Keynes assume che tale propensione dipenda solo da variazioni nei fattori oggettivi, che schematizza in¹¹:

- (1) cambiamenti nelle unità salariali, rispetto alle quali egli misura il reddito;
- (2) cambiamenti nella differenza tra reddito e reddito netto, quest'ultimo è quello da cui dipende il consumo;
- (3) cambiamenti inattesi nel valore della ricchezza non inclusi nel calcolo del

⁷ Ibidem, Book III – The Propensity to Consume.

⁸ Ibidem, Book III – The Propensity to Consume, Chapter 8 – The Propensity to Consume: I. The Objective Factors, I, § 3.

⁹ Ibidem, Book III – The Propensity to Consume, Chapter 8 – The Propensity to Consume: I. The Objective Factors, I, § 4.

¹⁰ Ibidem, Book III – The Propensity to Consume, Chapter 8 – The Propensity to Consume: I. The Objective Factors, I, § 4, terzultimo periodo.

¹¹ Ibidem, Book III – The Propensity to Consume, Chapter 8 – The Propensity to Consume: I. The Objective Factors, II.

reddito netto, i c.d. *windfalls*, considerati tra i principali fattori che modificano la propensione al consumo nel breve periodo;

- (4) cambiamenti nel tasso di sconto intertemporale, cioè nel rapporto di scambio tra beni presenti e futuri (non è esattamente un tasso di interesse ma può essere considerato tale, in prima approssimazione). L'influenza di questo fattore sul consumo individuale di breve periodo per un determinato livello di reddito è secondaria e relativamente non importante, eccetto, forse, nel caso di cambiamenti insolitamente considerevoli;
- (5) cambiamenti nella politica fiscale che, se impiegata come strumento di più equa distribuzione dei redditi, conduce ad una più elevata propensione aggregata al consumo;
- (6) cambiamenti nelle aspettative della relazione tra il livello attuale e futuro di reddito, anche se questo fattore è troppo legato all'incertezza per poter esercitare un'influenza importante sulla propensione al consumo.

La «fundamental psychological law»

Dopo l'elencazione dei principali fattori oggettivi che influenzano la propensione al consumo, Keynes parla della forma normale di tale funzione in questi termini:

The fundamental psychological law, upon which we are entitled to depend with great confidence both *a priori* from our knowledge of human nature and from the detailed facts of experience, is that men are disposed, as a rule and on the average, to increase their consumption as their income increases, but not by as much as the increase in their income. That is to say, if C_w is the amount of consumption and Y_w is income (both measured in wage-units) ΔC_w has the same sign as ΔY_w but is smaller in amount, *i.e.* dC_w/dY_w is positive and less than unity.¹²

La propensione marginale al consumo è quindi postulata positiva ed inferiore all'unità conducendo, nel lungo periodo, ad una quota di consumo sul reddito via via decrescente: la crescita del reddito non sarebbe seguita da una parallela crescita del consumo¹³ in quanto una parte di questo ulteriore reddito sarebbe risparmiata.

La legge psicologica fondamentale, quindi, sottintende una propensione marginale

¹² *Ibidem*, Book III – The Propensity to Consume, Chapter 8 – The Propensity to Consume: I. The Objective Factors, III, § 2.

¹³ RICCARDO FAUCCI, «Breve storia dell'economia politica», terza edizione, Torino, G. Giappichelli Editore, 2006, p. 289.

al consumo (MPC) e una propensione media al consumo (APC) decrescenti rispetto al reddito. L'implicazione di politica economica sottesa a questi risultati è che la redistribuzione del reddito dalle famiglie ricche a quelle povere aumenta il consumo aggregato poiché le seconde hanno una più elevata MPC.

I fattori soggettivi

Per quanto riguarda i fattori soggettivi, Keynes ne individua otto che inducono gli individui a risparmiare una parte del proprio reddito¹⁴:

- (i) *Precaution*, per incrementare una riserva che permetta di far fronte a circostanze impreviste (e imprevedibili);
- (ii) *Foresight*, per prevedere una relazione futura tra reddito e bisogni (propri o familiari) differente da quella attuale e poter far fronte a queste nuove (prevedibili) circostanze (ad esempio, in relazione alla vecchiaia, all'istruzione dei figli, al mantenimento dei dipendenti);
- (iii) *Calculation*, per godere di interesse ed apprezzamento in quanto l'utilità di un maggior consumo reale in futuro è maggiore della conseguente disutilità del minor consumo immediato;
- (iv) *Improvement*, per migliorare gradualmente il proprio standard di vita (o almeno averne la possibilità);
- (v) *Independence*, per godere della sensazione di indipendenza e poter agire anche senza avere un'idea chiara o un'intenzione definita su cosa fare;
- (vi) *Enterprise*, per procurarsi una «*masse de manoeuvre*» da impiegare in progetti speculativi o nell'ambito di un'attività d'impresa;
- (vii) *Pride*, per lasciare un patrimonio in eredità;
- (viii) *Avarice*, per soddisfare la mera avarizia, quelle irragionevoli ma insistenti inibizioni a consumare *sic et simpliciter*.

¹⁴ JOHN MAYNARD KEYNES, «The General Theory of Employment, Interest and Money», op. cit., *Book III – The Propensity to Consume, Chapter 9 – The Propensity to Consume: II. The Subjective Factors*, I.

La visione keynesiana del risparmio

All'inizio di questo paragrafo riportiamo una precisazione importante sull'effetto dei tassi di interesse sul risparmio: l'aumento del tasso di interesse potrebbe indurci a risparmiare di più, se i nostri redditi rimanessero invariati; tuttavia, qualora il più alto tasso di interesse dovesse ritardare gli investimenti, i redditi devono necessariamente diminuire (e diminuiranno fino a ridurre la capacità di risparmiare in misura sufficiente a compensare lo stimolo a risparmiare fornito dal più alto tasso di interesse)¹⁵.

La visione keynesiana del risparmio come fenomeno depressivo dell'intera economia di uno stato e della finanza personale si esprime con tutta la sua forza nelle seguenti proposizioni, che riportiamo integralmente:

The more virtuous we are, the more determinedly thrifty, the more obstinately orthodox in our national and personal finance, the more our incomes will have to fall when interest rises relatively to the marginal efficiency of capital. Obstinacy can bring only a penalty and no reward. For the result is inevitable.¹⁶

Questa visione del risparmio come attività potenzialmente dannosa per l'economia di un paese deriva dall'interpretazione keynesiana della Grande Depressione degli anni trenta: il risparmio, riducendo i consumi senza generare in modo sistematico ed automatico una compensativa espansione degli investimenti, farebbe cadere produzione e reddito e, conseguentemente, produrrebbe una diminuzione dell'occupazione e un aumento del tasso di disoccupazione. Un fallimento, questo, attribuibile a diverse ragioni, alcune delle quali sono rappresentate da rigidità salariali, preferenza per la liquidità, coefficienti fissi di capitale nei processi produttivi, investimenti controllati da *animal spirits* (variazioni imprevedibili delle aspettative¹⁷) piuttosto che dal costo del capitale¹⁸.

¹⁵ *Ibidem*, Book III – *The Propensity to Consume*, Chapter 9 – *The Propensity to Consume: II. The Subjective Factors*, II, § 4, periodi da 1 a 3.

¹⁶ *Ibidem*, Book III – *The Propensity to Consume*, Chapter 9 – *The Propensity to Consume: II. The Subjective Factors*, II, § 4, periodi da 4 a 6.

¹⁷ *Ibidem*, Book IV – *The Inducement to Invest*, Chapter 12 – *The State of Long-Term Expectation: VII*, § 1.

¹⁸ FRANCO MODIGLIANI, «Lyfe Cycle, Individual Thrift, and the Wealth of Nations», *American Economic Review*, giugno 1986, p. 297.

L'influenza keynesiana sulle teorie del risparmio

È interessante notare come l'odierna attenzione e l'intensa attività di ricerca sul comportamento di risparmio trovino le loro origini nel ruolo centrale assegnato dalla teoria keynesiana alla funzione di consumo come una determinante della domanda effettiva (quella che oggi chiamiamo domanda aggregata); di notevole interesse appare anche la considerazione – sempre di matrice keynesiana – dell'*oversaving* come una fonte sia di fluttuazioni cicliche sia di stagnazione di lungo periodo¹⁹. È per questi motivi che il primo tentativo di modellare il comportamento di consumo individuale ed aggregato fu dominato dalla sopra riportata legge psicologica fondamentale.

Anche quando l'analisi seguiva la tradizionale teoria della domanda, essa dava luogo a lavori meramente statici in cui il risparmio era visto come uno dei molti beni su cui il consumatore poteva decidere di impiegare il proprio reddito. In questa visuale, il reddito era visto come la principale determinante sistematica del risparmio (sia individuale sia nazionale) e – in linea con la “legge” di Keynes – il risparmio veniva considerato come un *superior commodity* (nel senso che più reddito conduce a più risparmio) e, probabilmente, come una sorta di bene di lusso (nel senso che il risparmio aumenta più velocemente del reddito). La differenza rispetto agli altri beni – si diceva – consisteva nel fatto che la “spesa” in risparmio avrebbe potuto essere anche negativa: il risparmio negativo era considerato tipico di quelle persone o paesi che si attestavano al di sotto di un certo livello di reddito “di pareggio” (“*break-even*” *level of income*). Tutte queste caratteristiche potrebbero essere formalizzate esprimendo il consumo come una funzione lineare del reddito con intercetta positiva, una formulazione che è stata supportata dai risultati di numerosi studi empirici.

In questa prima fase, di matrice prettamente keynesiana, l'approccio dominante alla teoria del risparmio potrebbe essere qualificato come meramente empirico; poca attenzione veniva posta sulla motivazione per la quale consumatori razionali sceglierebbero di “allocare” il proprio reddito in risparmio. La principale motivazione del risparmio era considerata presumibilmente il desiderio dei ricchi di lasciare un patrimonio in eredità, il “*pride*” *motive*, con la diretta implicazione che la causa prima dello stock di capitale esistente si considerava essere proprio l'eredità.

¹⁹ *Ibidem*, p. 298.

Per quanto concerneva modalità e tempi secondo cui persone o paesi poveri avrebbero potuto fare “risparmio negativo” senza aver preventivamente risparmiato o senza poter vivere al di sopra delle proprie possibilità, l’evidenza empirica a riguardo era – come ci si attende – veramente poca. Del resto, approfondendo la relazione risparmio-investimento, lo stesso Keynes si era espresso in questi termini:

But no one can save without acquiring an asset, whether it be cash or a debt or capital-goods; and no one can acquire an asset which he did not previously possess, unless *either* an asset of equal value is newly produced or someone else parts with an asset of that value which he previously had. In the first alternative there is a corresponding new investment; in the second alternative someone else must be dissaving an equal sum.²⁰

In questo contesto, la «legge psicologica fondamentale» fu subito adottata ma altrettanto velocemente venne confrontata con i dati empirici. Nella seconda metà degli anni quaranta, alcuni importanti studi empirici fecero vacillare questa visione eccessivamente semplice del processo di risparmio. In particolare, Kuznets pubblicò uno studio sul comportamento di consumo e risparmio nel 1946²¹ che riportava diversi fatti empirici in contrasto con le predizioni dell’ipotesi del «reddito assoluto» di Keynes: egli, considerando i dati di lungo periodo delle serie storiche della spesa per consumo negli Stati Uniti, trovò che l’economia statunitense era caratterizzata da una APC aggregata costante (e non decrescente come postulato da Keynes); inoltre, mostrò chiaramente che il rapporto tra risparmio e reddito – il c.d. *saving ratio* – non era variato molto dalla metà del XIX secolo nonostante il rilevante aumento del reddito pro-capite (tale rapporto, seguendo Keynes, sarebbe dovuto aumentare).

Allo stesso tempo, sia stime sulle serie storiche dei consumi aggregati sia stime della regressione della funzione di consumo delle singole famiglie per dati sezionali confermavano l’idea keynesiana di una APC decrescente: l’andamento della APC ad aumenti di reddito rimaneva, quindi, una questione aperta.

Un altro contributo importante è stato fornito da Dorothy Brady e R. D. Friedman (1947)²², che hanno riconciliato i risultati di Kuznets con l’evidenza – risultante dai *budget studies* – di una forte associazione tra il tasso di risparmio e il reddito delle

²⁰ JOHN MAYNARD KEYNES, «The General Theory of Employment, Interest and Money», op. cit., *Book II – Definitions and Ideas, Chapter 7 – The Meaning of Saving and Investment Further Considered*, V, § 1.

²¹ SIMON KUZNETS, «National Income: A Summary of Findings», New York, *National Bureau of Economic Research*, 1946.

²² D.S. BRADY e R.D. FRIEDMAN, «Savings and the Income Distribution», New York, *National Bureau of Economic Research, Studies in Income and Wealth*, 9, 1947.

famiglie. Essi dimostrarono che la funzione di consumo – costruita sulla base dei dati relativi ai redditi familiari – si spostava verso l'alto nel tempo seguendo l'incremento del reddito medio, in modo tale che il tasso di risparmio fosse spiegato non già dal «reddito assoluto» della famiglia ma dal suo «reddito relativo», inteso come rapporto tra reddito assoluto e reddito medio complessivo.

La teoria keynesiana del consumo veniva messa in discussione per il concetto di reddito che essa impiegava: il «reddito assoluto» non appariva idoneo a spiegare i comportamenti di consumo e risparmio e doveva essere sostituito da una nuova definizione di reddito, il «reddito relativo permanente».

Capitolo 2 – L'ipotesi del «reddito relativo permanente» di Duesenberry

La definizione di reddito relativo permanente

Abbiamo concluso il precedente capitolo con le critiche mosse all'ipotesi del «reddito assoluto» di Keynes e la necessità di introdurre una nuova definizione di reddito che dia conto delle risultanze empiriche riscontrate negli anni quaranta: il «reddito relativo permanente» (RPI).

Si tratta del modello di James S. Duesenberry²³, che prevede che le decisioni di consumo siano motivate dall'argomento «keeping up with the Joneses», vale a dire dal consumo relativo²⁴ e che la struttura dei consumi sia influenzata da abitudini che con difficoltà vengono riviste al ribasso quando il reddito diminuisce²⁵.

La differenza sostanziale rispetto alla «fundamental psychological law» di Keynes²⁶ è che le decisioni di consumo delle famiglie dipendono dal reddito relativo permanente, definito come il rapporto tra il reddito permanente disponibile della famiglia i nel periodo t ($Y_{i,t}$) e il reddito permanente medio disponibile nello stesso periodo (Y_t).

Emergono quindi i caratteri di relatività e permanenza del reddito: l'ipotesi di Duesenberry è la cosiddetta *relative permanent hypothesis*.

Analizzeremo di seguito i due caratteri del reddito à la Duesenberry prima di riportare alcune motivazioni che non hanno permesso la diffusione di questa teoria del consumo.

²³ JAMES STEMBEL DUESENBERY, «Income, Saving and the Theory of Consumer Behaviour», Cambridge, Harvard University Press, 1949.

²⁴ Così JAMES STEMBEL DUESENBERY, «Income - Consumption Relations and Their Implications», New York, in Lloyd Metzler et al., *Income, Employment and Public Policy*, W.W. Norton & Company, Inc., 1948: «The strength of any individual's desire to increase his consumption expenditure is a function of the ratio of his expenditure to some weighted average of the expenditures of others with whom he comes into contact».

²⁵ Prosegue JAMES STEMBEL DUESENBERY: «The fundamental psychological postulate underlying our argument is that it is harder for a family to reduce its expenditure from a higher level than for a family to refrain from making high expenditures in the first place», *ibidem*.

²⁶ JOHN MAYNARD KEYNES, «The General Theory of Employment, Interest and Money», op. cit., Book III – The Propensity to Consume, Chapter 8 – The Propensity to Consume: I. The Objective Factors, III, § 2.

Il carattere della relatività

Il reddito è «relativo» in contrapposizione al reddito «assoluto» di Keynes e la nuova propensione al consumo potrebbe essere riscritta come segue:

«The fundamental psychological law, upon which we are entitled to depend with great confidence both a priori and from our knowledge of human nature and from the detailed facts of experience, is that men are disposed, as a rule and on the average, to increase their consumption as their **permanent** income increases. **The share that they spend out of their permanent income depends on their relative permanent income, and the greater their relative income the smaller that share**»²⁷.

È evidente che l'innovazione rispetto a Keynes sta nel concetto di reddito e la spesa per consumi della singola famiglia è regolata dalla seguente regola di comportamento:

$$C_{i,t} = c(Y_{i,t} / Y_t) Y_{i,t} \quad (2.1)$$

$$\text{con } 0 < c(Y_{i,t} / Y_t) = MPC < 1, \quad c' \equiv \frac{d(c)}{d\left(\frac{Y_{i,t}}{Y_t}\right)} < 0, \quad c'' \equiv \frac{d^2(c)}{d\left(\frac{Y_{i,t}}{Y_t}\right)^2} > 0,$$

dove $C_{i,t}$ è il consumo della famiglia i nel periodo t , $Y_{i,t}$ è il reddito permanente disponibile della famiglia i nel periodo t , Y_t è il reddito permanente disponibile medio nello stesso periodo t .

La nuova legge psicologica fondamentale implica che

$$\frac{d(C_{i,t})}{d(Y_{i,t})} = c'\left(\frac{Y_{i,t}}{Y_t}\right) \cdot \frac{Y_{i,t}}{Y_t} + c\left(\frac{Y_{i,t}}{Y_t}\right) > 0 \quad (2.2)$$

Il consumo delle famiglie aumenta all'aumentare del reddito ma tale incremento è attenuato nel caso in cui l'aumento assoluto del reddito genera un miglioramento della posizione reddituale relativa: la MPC diminuisce all'aumentare del RPI, come mostrato nelle figure 1.a e 1.b che illustrano, rispettivamente, i casi di una MPC come funzione quasi-concava e convessa del RPI.

²⁷ THOMAS I. PALLEY, «Relative Permanent Income and Consumption: A Synthesis of Keynes, Duesenberry, Friedman, and Modigliani and Brumbergh», Washington, luglio 2005, p. 6.

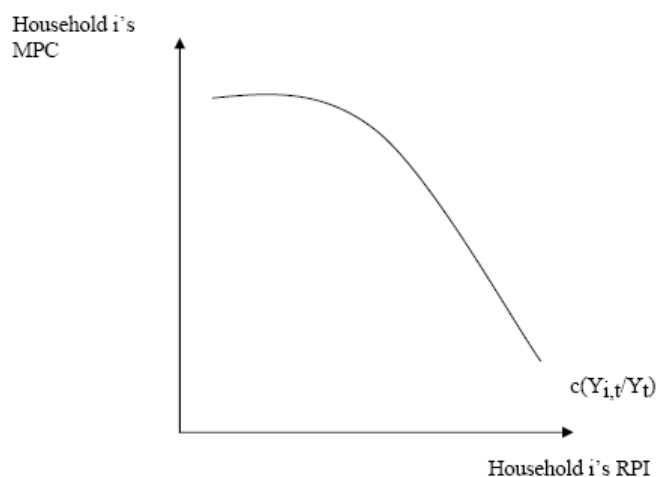


Figura 1.a - MPC delle famiglie come funzione quasi-concava del RPI

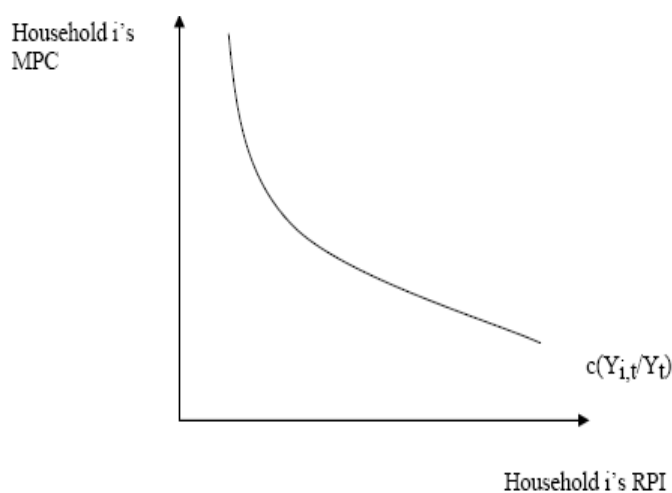


Figura 1.b - MPC delle famiglie come funzione convessa del RPI

La rappresentazione grafica della MPC in funzione del RPI può essere di due tipi; certamente si tratta di una funzione decrescente $\left(\frac{d(MPC)}{d(RPI)} < 0 \right)$ ma, a seconda del segno della derivata seconda, può essere una funzione concava (se $\frac{d^2(MPC)}{d(RPI)^2} < 0$) oppure convessa (se $\frac{d^2(MPC)}{d(RPI)^2} > 0$).

In figura 1.a la MPC è disegnata come una funzione quasi-concava, mentre in figura 1.b essa è rappresentata come una funzione convessa; la forma della funzione di MPC ha importanti conseguenze sull'impatto della distribuzione del reddito sul consumo aggregato.

Il carattere della permanenza

La paternità del concetto di «reddito permanente», che sta alla base anche del modello di Duesenberry, viene attribuita solitamente a Friedman²⁸, che ne fece il fulcro della sua «permanent income hypothesis» (PIH).

In realtà, pare che l'idea di considerare questa nuova definizione di reddito si fosse diffusa già negli anni quaranta e che sia stato Hicks, nel suo *Value and Capital*²⁹, a formalizzarla, identificando il reddito come il vincolo di bilancio del comportamento di consumo e definendolo in relazione allo stesso comportamento di consumo come un «subjective concept, dependent on the particular expectations of the individual in question»³⁰.

In particolare, egli si esprime in questi termini:

«the purpose of income calculation in practical affairs is to give people an indication of the amount which they can consume without impoverishing themselves. Following out this idea, it would seem that we ought to define a man's income as the maximum value which he can consume during a week, and still expect to be as well off at the end of the week as he was at the beginning. Thus, when a person saves, he plans to be better off in the future; when he lives beyond his income, he plans to be worse off. Remembering that the practical purpose of income is to serve as a guide for prudent conduct, I think it is fairly clear that this is what the central meaning must be»³¹.

Alla luce dei problemi di misurazione di questo particolare reddito atteso, Hicks ne fornì tre definizioni, tutte che consideravano il reddito come l'ammontare massimo che un consumatore può spendere nel periodo corrente aspettandosi di poter spendere altrettanto in futuro³².

I problemi di misurazione del reddito portarono Hicks ad ammettere sia l'esistenza di forti discrepanze tra la definizione teorica e quella empirica sia l'inesistenza di teorie che aiutassero a spiegare queste differenze. La sua conclusione, un po' amara, fu che le teorie del reddito esistenti erano «bad tools, which break in our hands»³³.

²⁸ MILTON FRIEDMAN, «A Theory of the Consumption Function», Princeton, *Princeton University Press*, 1957.

²⁹ JOHN R. HICKS, «Value and Capital», Oxford, *Oxford University Press*, seconda edizione, 1946.

³⁰ *Ibidem*, p. 177.

³¹ *Ibidem*, p. 172.

³² La sua definizione di base di reddito è «the maximum amount of money which consumer unit can spend in the present time and expect to be able to spend the same amount in the future». Le sue tre definizioni si differenziano per le diverse assunzioni su tassi di interesse e prezzi: la prima li considera entrambi costanti, la seconda assume tassi di interesse variabili e prezzi costanti, la terza considera entrambe le grandezze variabili e quindi definisce il reddito in termini reali.

³³ JOHN R. HICKS, «Value and Capital», op. cit., p. 177.

Mentre Hicks era intento a trovare una conferma empirica alla sua definizione teorica di reddito, altri economisti stavano conducendo degli studi empirici sulla struttura del reddito. Kuznets comparò i redditi di diverse professioni nel periodo 1929-32 e ultimò la prima stesura di questo lavoro nel 1934³⁴. Successivamente, Friedman fornì una più dettagliata analisi statistica del lavoro di Kuznets e il risultato fu pubblicato dai due autori nel 1945 con il titolo *Income from Independent Professional Practice*³⁵. In quest'opera veniva indicata una struttura del reddito che considerava componenti permanenti, quasi-permanenti e transitori. Questo è il primo dei tre stadi che caratterizzeranno la PIH; ogni fase corrisponde ad un concetto diverso di reddito permanente, come vedremo meglio nel successivo capitolo.

Concludiamo questo secondo capitolo cercando di capire le motivazioni che hanno condotto al superamento del modello del «reddito relativo permanente» ed alla fortuna dei modelli di Friedman e Modigliani-Brumberg.

Il superamento dell'ipotesi di Duesenberry

Abbiamo trattato i caratteri di relatività e permanenza che caratterizzano il reddito secondo l'ipotesi di Duesenberry. Approfondiremo, nel capitolo seguente, le considerazioni sul reddito permanente in quanto questa accezione di reddito è quella impiegata sia nel modello di Friedman sia in quello di Modigliani-Brumberg, attualmente molto accreditati (seppur in versioni avanzate rispetto a quelle originarie).

Per quanto riguarda l'ipotesi di Duesenberry, occorre precisare che – ancorché essa tenga in considerazione i risultati di Brady-Friedman³⁶ in termini di comportamenti di imitazione delle classi più agiate – una teoria del consumo basata sul reddito relativo permanente non riesce a dar conto del comportamento di consumatori con vincolo di bilancio stringente, che avrebbero voluto spendere più del proprio reddito (facendo risparmio negativo), nel caso in cui percepiscano un livello di reddito inferiore al reddito medio.

³⁴ SIMON KUZNETZ, «National Income 1929-1932», Washington D.C., Senate Document No. 124, 73rd Congress, 2nd Session.

³⁵ MILTON FRIEDMAN e SIMON KUZNETZ, «Income from Independent Professional Practice», New York, National Bureau of Economic Research, 1945, pp. v-xiii; 325-38; 352-64.

³⁶ D.S. BRADY e R.D. FRIEDMAN, «Savings and the Income Distribution», op. cit., 1947.

Nondimeno l'ipotesi del «reddito relativo permanente» riesce a riconciliare i risultati empirici con la funzione di consumo lineare standard, anche se trova le sue basi nella tradizione empirica del periodo precedente.

Anche Modigliani (1949)³⁷ provò a riconciliare i risultati empirici con la funzione di consumo standard e la nuova funzione di consumo “Duesenberry-Modigliani”³⁸ voleva rendere compatibili le variazioni cicliche del *saving ratio* con la sua stabilità di lungo periodo, postulando che il consumo corrente era determinato non solo dal reddito corrente ma anche dal più alto reddito passato. Infatti, nella formulazione di Modigliani, si poneva l'accento sulle motivazioni per cui il tasso di risparmio si muoverebbe pro-ciclicamente e sulla considerazione che, in un'economia con crescita di lungo periodo stabile, il rapporto tra reddito corrente e il più elevato reddito precedente potrebbe essere considerato una buona misura delle condizioni cicliche. D'altra parte, Duesenberry enfatizzò che i consumatori ancorano esplicitamente il loro consumo al picco di consumo precedente, una formulazione sostenuta poi da Tillman Brown (1952)³⁹, che propose che il più alto reddito precedente avrebbe potuto essere sostituito dal più elevato consumo precedente.

Un altro argomento a favore dell'ipotesi di Duesenberry è la sua coerenza con tutti i fatti stilizzati del consumo conosciuti:

- genera una struttura dei consumi pro-capite che trova riscontro empirico nel risultato di Kuznets (1946)⁴⁰ di una APC relativamente costante nel lungo periodo;
- predice che le famiglie con un reddito più elevato avranno una più alta propensione media al risparmio ed una più bassa APC, come documentato – tra gli altri – da Carroll (2000)⁴¹;
- infine, predice che la distribuzione del consumo sarà più egualitaria rispetto alla distribuzione del reddito a causa del «keeping up with the Joneses» – l'effetto del reddito relativo per il quale famiglie con più basso RPI consumano una

³⁷ FRANCO MODIGLIANI, «Fluctuations in the Saving-Income Ratio: A Problem in Economic Forecasting», New York, *National Bureau of Economic Research, Studies in Income and Wealth*, 11, 1949.

³⁸ Così la qualificò lo stesso Modigliani nella sua *Nobel Lecture*.

³⁹ TILLMAN M. BROWN, «Habit Persistence and Lags in Consumer Behavior», *Econometrica*, vol. 20, n. 3, 1952, pp. 355-371.

⁴⁰ SIMON KUZNETS, «National Income: A Summary of Findings», op. cit.

⁴¹ CHRISTOPHER D. CARROLL, «Why do the Rich Save so Much?» in *Does Atlas Shrug? The Economic Consequences of Taxing the Rich*, ed. by Joel Slemrod, 2000.

proporzione maggiore del proprio reddito. Questo risultato è stato confermato da Krueger e Perri (2002)⁴².

Diversi economisti, primi fra tutti Modigliani e Duesenberry, svolsero indagini empiriche sulla relazione intercorrente tra consumo e reddito – corrente e passato – nella tradizione dell'ipotesi del reddito relativo. Comunque, Friedman (1957)⁴³ affermò che, quantunque il reddito passato potesse rappresentare uno strumento di partenza per l'analisi dei componenti permanenti, asserire che il consumo dipenda dal rapporto tra reddito corrente e il più alto reddito passato sarebbe troppo arbitrario. Invece, egli sostenne che una media ponderata del reddito corrente e passato potesse rappresentare una stima plausibile del reddito permanente.

L'affermazione di una diversa accezione di reddito permanente, alla quale contribuì in misura preponderante Margaret Reid⁴⁴ (fornendo una spiegazione totalmente differente dell'associazione tra il *saving ratio* e il reddito relativo), aprì la strada alle teorie di Friedman e Modigliani, mettendo in ombra l'ipotesi del «reddito relativo permanente».

Inoltre, Palley (2005)⁴⁵ riporta, in conclusione del suo *paper*, quattro possibili spiegazioni del superamento del modello di Duesenberry:

- la sua applicazione richiederebbe di aggiungere argomenti alla funzione di utilità, una pratica che ha trovato resistenze sulla base dell'idea che ciò potesse dar luogo ad una teoria ad hoc (anche se queste resistenze non sono più così forti, nel frattempo altri modelli di consumo si sono affermati);
- la sua rappresentazione grafica non si presta molto ad essere illustrata a classi di studenti per cui, molto spesso, non costituisce oggetto di studio ed esame;
- la sua implicazione di interdipendenza dell'utilità da (e fra) tutti i suoi argomenti è altamente destabilizzante dell'economia del benessere neoclassica in quanto va addirittura oltre il concetto di Pareto ottimalità, già piuttosto ristretto;
- il contesto politico della Guerra Fredda non favorì l'inclusione di argomenti di benessere “relativo” nell'economia neoclassica.

⁴² D. KRUEGER e F. PERRI, «Does Income Inequality Lead to Consumption Inequality? Evidence and Theory», *National Bureau of Economic Research*, Working Paper No. 9202, settembre 2002.

⁴³ MILTON FRIEDMAN, «A Theory of the Consumption Function», op. cit., p. 142.

⁴⁴ MARGARET G. REID, «The relation of the within-group permanent component of income to the income elasticity of expenditure», paper non pubblicato.

⁴⁵ THOMAS I. PALLEY, «Relative Permanent Income and Consumption: A Synthesis of Keynes, Duesenberry, Friedman, and Modigliani and Brumbergh», op. cit., pp. 14-15.

Capitolo 3 – L'ipotesi del «reddito permanente» di Friedman

La definizione di “reddito permanente”

Abbiamo iniziato ad illustrare il reddito permanente già nel precedente capitolo con riferimento all'ipotesi di Duesenberry. Il carattere della permanenza del reddito è stato trattato limitatamente al primo stadio della PIH, sulla base del concetto di reddito illustrato da Hicks ed adottato da Friedman: tale concetto emerge con forza in *Income from Independent Professional Practice*⁴⁶. Del resto, al tempo dell'ipotesi di Duesenberry, gli altri due stadi della PIH (e le corrispondenti definizioni di reddito permanente) non erano ancora stati pubblicati.

Nel secondo stadio, identificato da *A theory of the Consumption Function*⁴⁷, Friedman continuò a lavorare sulla dicotomia del reddito misurato ma estese la sua analisi per tener conto del comportamento del consumatore, dando luogo alla PIH.

Infine, nel 1963 Friedman⁴⁸ estese la trattazione del 1957, che adottava l'ipotesi delle aspettative adattive di Cagan⁴⁹, al caso di dati per serie storiche. Questo rappresenta il terzo stadio, in cui il reddito permanente è considerato uguale al reddito atteso sulla base di aspettative adattive. Quest'ultima è diventata la versione più popolare del reddito permanente.

Diversi studi hanno esplorato estensivamente la PIH e il più noto di questi è quello di Mayer (1972)⁵⁰, in cui sono indicate le seguenti tre definizioni del reddito permanente:

- M1. il reddito permanente è quello che le famiglie pensano che sia;
- M2. il reddito permanente è uguale alla ricchezza delle famiglie considerata al tasso di sconto rilevante;
- M3. il reddito permanente è una media esponenzialmente ponderata dei redditi passati più un trend.

⁴⁶ MILTON FRIEDMAN e SIMON KUZNETZ, «Income from Independent Professional Practice», op. cit.

⁴⁷ MILTON FRIEDMAN, «A Theory of the Consumption Function», op. cit.

⁴⁸ MILTON FRIEDMAN, «Windfall, the “Horizon” and Related Concepts in the Permanent Income Hypothesis», Stanford, in Carl F. Christ (ed.) *Measurement in Economics*, Stanford University Press, 1963, pp. 3-28.

⁴⁹ PHILIP CAGAN, «The Monetary Dynamics of Hyperinflation», in Milton Friedman (ed.) *Studies in the Quantity Theory of Money*, University of Chicago Press, pp. 25-117.

⁵⁰ THOMAS MAYER, «Permanent Income, Wealth, and Consumption: A Critique of the Permanent Income Theory, the Life-Cycle Hypothesis and Related Theories», Berkeley, University of California Press, 1972.

Altri studi⁵¹ vedono la PIH di Friedman come un tentativo di tener conto del comportamento di consumo in maniera empiricamente adeguata, nel senso che il modello di reddito permanente è reso “operational”⁵² inserendo in esso alcune restrizioni statistiche ausiliarie, in modo da rendere la PIH sottoponibile a test diagnostici che possano validare o meno alcune caratteristiche del modello (i c.d. *characteristics tests*)⁵³.

La struttura del reddito in “Income from Independent Professional Practice”: il primo stadio

L’analisi presentata in *Income from Independent Professional Practice*⁵⁴ fa capire come la classificazione delle determinanti del reddito sia non solo necessaria per interpretare le differenze di reddito (che era lo scopo degli autori) ma anche per costruire una teoria del consumo che tenga conto della struttura del reddito. Poiché Friedman e Kuznets pensavano che le differenze di reddito fossero determinate da (differenze nelle) capacità personali e fattori istituzionali che influenzano il reddito nei diversi periodi di tempo, la tassonomia dei redditi è un modo per classificare le determinanti del reddito in base alla durata del periodo di influenza sul reddito stesso.

I componenti sono definiti permanenti se sono comuni ai sottoperiodi che costituiscono il periodo temporale considerato; esempi di componenti permanenti possono essere caratteristiche personali, quali addestramento professionale, abilità, personalità, oppure caratteristiche dell’attività svolta, quali localizzazione, tipo, organizzazione. Quindi, i componenti permanenti sono quelli i cui effetti sul reddito si manifestano nell’intero periodo di riferimento.

I componenti transitori, per converso, sono definiti come quei fattori i cui effetti sul reddito si estrinsecano all’interno del singolo sottoperiodo.

⁵¹ Valga per tutti J. ALLAN HYNES, «The Emergence of the Neoclassical Consumption Function: The Formative Years, 1940-1952», *Journal of History of Economic Thought*, 1998, pp. 33-5, che richiama PERCY W. BRIDGMAN, «The Logic of Modern Physics», MacMillan, New York, 1928.

⁵² Qui l’operazionalismo implica, nel senso di Bridgman, che il significato di una struttura teorica è prevalentemente determinato dalle procedure di misurazione e dagli strumenti di misura, per cui gli strumenti che non trovano le loro basi sulle osservazioni empiriche finirebbero per generare risultati non significativi.

⁵³ Una esaustiva discussione sulla corretta interpretazione del metodo di ricerca di Friedman è riportata in CHAO HSIANG-KE, «Milton Friedman and the Emergence of the Permanent Income Hypothesis», *University of Amsterdam and Tinbergen Institute*, 2001, pp. 28-30.

⁵⁴ MILTON FRIEDMAN e SIMON KUZNETZ, «Income from Independent Professional Practice», op. cit.

I rimanenti fattori sono raggruppati nella categoria residuale dei componenti quasi-permanenti.

Ecco quanto affermato da Friedman e Kuznets (1945):

La dicotomia tra componenti permanenti e transitori del reddito [...] fa necessariamente violenza ai fatti [...] Questo continuum è delimitato ad un estremo da fattori “perfettamente” permanenti – quelli che influenzano il reddito di una persona attraverso la sua carriera – e all’altro estremo da [fattori] “perfettamente” transitori – quelli che influenzano il suo reddito solo durante una singola unità temporale, dove il periodo di tempo è il più breve periodo in cui appare desiderabile misurare il reddito [...] Tra questi estremi si collocano quelli che possono essere chiamati fattori “quasi-permanenti”, fattori i cui effetti non scompaiono immediatamente né durano per tutta la carriera di una persona.⁵⁵

Un esempio può chiarire la questione meglio di molte parole. Se un’indagine sul reddito copre un periodo di tre anni, allora i componenti permanenti sono quelli i cui effetti sul reddito durano per i tre anni considerati o più, mentre i componenti transitori sono quelli i cui effetti sul reddito si esauriscono nell’unità temporale, per esempio un anno.

Tutti gli altri componenti – non classificabili come permanenti o transitori – fanno parte della categoria residuale dei componenti quasi-permanenti; in essa possono essere inclusi componenti con influenza biennale, componenti con influenza triennale che si esaurisce nel secondo anno del periodo di riferimento, e così via.

A differenza degli altri componenti, quelli quasi-permanenti non sono né definiti *per se* né tassativamente classificabili e Friedman ne ha suggerito una descrizione che può essere così rappresentata:

componenti quasi-permanenti = componenti biennali i cui effetti si esauriscono quest’anno
+ componenti triennali i cui effetti si esauriscono quest’anno
+ componenti quadriennali i cui effetti si esauriscono quest’anno
+ etc.
+ componenti biennali con effetti sino all’anno prossimo
+ componenti triennali con effetti sino all’anno prossimo
+ componenti quadriennali con effetti sino all’anno prossimo
+ etc.
+ etc.

I componenti quasi-permanenti presentano delle caratteristiche che rendono la loro struttura teorica insufficiente per un’adeguata modellazione empirica. Oltre ad essere una categoria residuale, alcuni di essi sono scarsamente identificabili: ad esempio, quando siamo sicuri che un certo componente non sia né permanente né

⁵⁵ *Ibidem*, p. 352, traduzione nostra.

transitorio (e quindi classificabile come quasi-permanente) ma non conosciamo il periodo in cui estrinseca i suoi effetti sul reddito. Inoltre, in quanto categoria residuale, l'errore di misurazione è certamente contenuto nei componenti quasi-permanenti se nell'indagine empirica condotta è possibile identificare il reddito permanente e transitorio.

Al fine di rappresentare formalmente la struttura del reddito, Friedman ha dovuto manipolare i componenti quasi-permanenti e la rappresentazione analitica del reddito che ne è venuta fuori può essere sintetizzata come segue:

$$y_i = p_i + t_i + \sum_{j=i}^{(i-1)+(n-1)} q_{ij} \quad (3.1)$$

dove y è il reddito misurato, p il reddito permanente, t il reddito transitorio, q il reddito quasi-permanente. La i in pedice indica l'anno in cui il reddito viene percepito mentre la j rappresenta l'anno in cui il reddito quasi-permanente finisce di produrre i suoi effetti (non viene più percepito); quindi q_{ij} rappresenta il reddito quasi-permanente che il singolo consumatore riceve dall'anno i all'anno j .

Secondo la (3.1), i redditi quasi-permanenti possono essere espressi solamente nell'ultimo anno di percezione; in ogni periodo di n anni, tutti i redditi quasi-permanenti sono classificati in $n-1$ categorie. Ad esempio, se l'orizzonte è triennale, il reddito per ogni anno è rappresentabile come segue:

$$y_1 = p_1 + t_1 + q_{11} + q_{12}$$

$$y_2 = p_2 + t_2 + q_{22} + q_{23}$$

$$y_3 = p_3 + t_3 + q_{33} + q_{34}$$

Comunque, questa rappresentazione formale non può essere considerata un soddisfacente modello empirico perché non permette di distinguere q_{ij} , con $j = i$, da t_i : ad esempio, non è possibile differenziare q_{11} da t_1 ⁵⁶. Per stimare l'influenza di ogni componente sulla variabilità del reddito, Friedman introdusse diverse restrizioni, che formalizzò in due approcci: l'assunzione della media e l'assunzione della variabilità⁵⁷.

⁵⁶ Un tentativo di modellazione empirica del processo di formazione del reddito è stato esperito sui dati del PSID da T. MACURDY, «The use of time series processes to model the error structure of earnings in a longitudinal data analysis», *Econometrica*, 1982, Vol. 18, 1, pp. 83-114.

⁵⁷ CHAO H., «Milton Friedman and the Emergence of the Permanent Income Hypothesis», op. cit., pp. 8-9.

Il modello formale della Permanent Income Hypothesis: il secondo e terzo stadio

Una sintetica esposizione della PIH fa capire come aspetti definitori e problemi di misurazione del reddito permanente siano stati contemplati in un coerente modello di consumo.

Dal punto di vista teorico, Friedman riscoprì la teoria delle decisioni intertemporali di Fisher⁵⁸ ed enfatizzò la sua tesi che i consumatori tendono ad uniformare i loro consumi nel tempo, dando o prendendo a prestito. Egli affermò che l'approccio di Fisher al comportamento di consumo individuale è la «pure theory of consumption behavior»⁵⁹ e che tale approccio è più solido di quello keynesiano.

Dai numerosi test effettuati da Friedman sulla sua PIH, la regressione standard – condotta col metodo dei minimi quadrati ordinari (OLS) – del consumo sul reddito evidenziava una MPC costantemente inferiore alla APC⁶⁰. Aggiungendo ulteriori regressori, la stima della funzione di consumo peggiorava. Questo risultato, in controtendenza con quello proposto nella PIH di una MPC uguale alla APC, forse era dovuto al fatto che – parafrasando Kuznets – gli individui considerano una misura del reddito a lungo termine nella PIH che è differente dal reddito misurato da Friedman nei suoi test ma coerente con il suo concetto di reddito permanente.

È evidente, qui, l'intreccio tra reddito misurato e reddito permanente: il primo attiene all'analisi econometrica (e si basa sul reddito corrente, in quanto misurabile), il secondo al modello teorico, entrambi mirano ad individuare il concetto di reddito che le famiglie considerano per l'assunzione delle proprie decisioni di consumo e risparmio.

L'interpretazione del concetto di *horizon*, vale a dire la lunghezza del tempo necessaria a demarcare i redditi permanente e transitorio, è un punto importante della PIH. È stato già detto che i componenti permanenti sono quelli i cui effetti sul reddito durano per l'intero periodo temporale considerato mentre i componenti transitori generano i propri effetti all'interno di tale periodo; tuttavia rimangono

⁵⁸ IRVING FISHER, «The rate of interest», New York, Macmillan, 1907.

⁵⁹ MILTON FRIEDMAN, «A Theory of the Consumption Function», op. cit., p.6.

⁶⁰ Un risultato coerente con quello di Kuznets, posto che Friedman conduceva i suoi test considerando dati organizzati per serie storiche.

ancora delle questioni irrisolte sul concetto empirico di reddito permanente⁶¹: ad esempio, poiché l'orizzonte temporale è definito come il reciproco del tasso soggettivo di sconto δ e, secondo i calcoli di Friedman, δ è circa un terzo, si ha che l'orizzonte è circa tre anni⁶².

Nondimeno, lo stesso Friedman (1963)⁶³ affermò con forza che l'orizzonte triennale non implica che il reddito permanente sia una media mobile di tre anni del reddito misurato, dato che i consumatori guardano oltre l'orizzonte per formare le proprie aspettative.

La definizione dell'orizzonte temporale di riferimento come il reciproco del tasso soggettivo di sconto è di più facile comprensione se si pone mente al fatto che il termine $1/\delta$ cattura l'informazione dell'*elasticità di sostituzione intertemporale*, che misura la reazione del consumatore agli incentivi netti per riallocare il consumo tra i diversi periodi; si nota facilmente che tale elasticità è tanto più elevata quanto più basso è il tasso soggettivo di sconto (e quindi per consumatori pazienti): il consumatore reagisce in misura più consistente agli incentivi netti (quali l'aumento del tasso di rendimento al netto delle imposte) se egli è più paziente; in caso contrario (essendo più impaziente e quindi mostrando un tasso soggettivo di sconto più elevato), preferirà consumare una quota molta alta del proprio reddito (eventualmente, potrebbe anche prendere a prestito, se le caratteristiche del mercato del credito glielo consentissero) piuttosto che risparmiare.

Comunque, Friedman definì il reddito permanente à la Hicks, come ammontare che un consumatore può spendere lasciando inalterata la propria ricchezza. Nel secondo capitolo di *A theory of the Consumption Function*, il reddito permanente,

⁶¹ Il concetto empirico di una variabile teorica latente (non direttamente misurabile) come il "reddito permanente" è legato alla necessità di verificare quanto la variabile teorica, a norma di definizione fornita dal modello (teorico), riesca a spiegare il comportamento (nel caso di variabili comportamentali) che si propone di rappresentare.

⁶² Un consumatore che sconti il consumo futuro ad un certo tasso ρ – diciamo di $1/3$ – guarda ad un orizzonte temporale di $1/\rho$ periodi – nell'esempio, 3 periodi.

La definizione dell'orizzonte temporale (la lunghezza del tempo necessaria per definire i componenti di reddito come "permanenti" o "transitori") come il reciproco del tasso soggettivo di sconto dipende dalla definizione di reddito permanente data dalla (3.2). Considerare il reddito permanente come l'interesse sul flusso dei redditi futuri attesi attualizzati – ricordando che il consumo permanente è una frazione del reddito permanente in ragione della MPC (la (3.3)) e che la MPC deve essere tale da ripartire equamente (sulla base del comportamento di *consumption smoothing*) il reddito permanente nell'orizzonte temporale di riferimento – fa sì che il tasso soggettivo di sconto (da applicare al reddito permanente) sia il reciproco dell'orizzonte temporale.

⁶³ MILTON FRIEDMAN, «Windfall, the "Horizon" and Related Concepts in the Permanent Income Hypothesis», op. cit.

y_p , è espresso come:

$$y_p = iW \quad (3.2)$$

dove i esprime il tasso di interesse e W la ricchezza in un certo periodo di tempo, considerata come flusso dei redditi attesi attualizzati (*depreciated expected receipts*).

È da rilevare che il reddito nel senso di Hicks è coerente con la teoria delle decisioni intertemporali di Fisher, nel senso che il reddito permanente è uguale alla ricchezza attualizzata al tasso soggettivo di sconto; ciò è anche riferibile con la seconda definizione di Mayer (M2) del reddito permanente.

La PIH può essere formalmente espressa dalle seguenti quattro equazioni (oltre quella definitoria del reddito permanente, precedentemente riportata):

$$c_p = k(i, w, u)y_p \quad (3.3)$$

$$y = y_p + y_t \quad (3.4)$$

$$c = c_p + c_t \quad (3.5)$$

$$\text{corr}(y_t, y_p) = \text{corr}(c_t, c_p) = \text{corr}(y_t, c_t) = 0 \quad (3.6)$$

dove y e c indicano rispettivamente i valori osservati di reddito e consumo, y_p è il reddito permanente, y_t il reddito transitorio, c_p il consumo permanente, c_t il consumo transitorio, i il tasso di interesse, w il rapporto tra ricchezza “non umana” (finanziaria e immobiliare) e reddito permanente, u indica i fattori che influenzano le preferenze dei consumatori quali età, numero di componenti della famiglia, etc.

Le equazioni (3.3), (3.4) e (3.5) rappresentano il modello teorico della PIH, poiché affermano le ipotetiche relazioni tra variabili osservate e teoriche. Il reddito misurato è la somma di reddito permanente e transitorio così come, analogicamente, il consumo misurato è la somma dei componenti del consumo permanenti e transitori. Inoltre, il modello esprime anche la relazione intercorrente tra due variabili teoriche: la (3.3) esprime il consumo permanente come una funzione proporzionale del reddito permanente; questa è considerata l’ipotesi critica del modello empirico.

L’equazione (3.3) rappresenta l’intuizione fondamentale di Friedman che gli individui vorrebbero uniformare il loro consumo per evitarne fluttuazioni in seguito a variazioni temporanee di reddito. L’ipotesi di base della PIH è che gli individui consumano una frazione del reddito permanente in ogni periodo e quindi la APC eguaglierebbe la MPC. Nella (3.3) la costante di proporzionalità k rappresenta la MPC (e la APC, posto che, sulla base di questa formulazione, sono uguali), che è

funzione del tasso di interesse i , della ricchezza non umana rapportata al reddito permanente (la variabile w) e dei fattori influenti sulle preferenze dei consumatori (rappresentati da u); il valore della propensione al consumo potrebbe anche riflettere l'incertezza.

Le assunzioni di correlazione nulla (esprese dalla (3.6)) servono a rendere il modello “operativo”, cioè capace di interpretare i dati empirici.

Le prime due correlazioni ($\text{corr}(y_t, y_p) = \text{corr}(c_t, c_p) = 0$) rappresentano, rispettivamente, la non stocasticità dei componenti permanenti del reddito e del consumo: poiché i componenti transitori, sia del reddito che del consumo, sono stocastici, il fatto che i coefficienti di correlazione tra componenti transitori e componenti permanenti (per il reddito come per il consumo) siano nulli significa, appunto, che reddito permanente e consumo permanente sono non stocastici.

La terza correlazione, $\text{corr}(y_t, c_t) = 0$, implica che il reddito transitorio non influenza affatto il consumo (neanche quello transitorio); i risultati empirici non sempre supportano questa assunzione. Friedman ha spiegato questa discrepanza tra la sua ultima assunzione teorica ed i risultati empirici ammettendo che i consumatori considerano i redditi inattesi (i c.d. «windfalls») nella loro programmazione intertemporale dei consumi ma che non si tratta propriamente di redditi transitori. Infatti, egli sostiene che questi «windfalls» sono spesso statisticamente considerati come redditi transitori: un'operazione pratica che non sarebbe corretta e genererebbe la predetta discrepanza. . Da un punto di vista definitorio, mentre i redditi transitori necessitano di un orizzonte temporale di riferimento all'interno del quale si manifestano e possono ben essere presenti sia in un contesto di certezza sia in un contesto di incertezza, i windfalls – in quanto redditi inattesi – possono essere presenti solo in un contesto di incertezza. La predetta distinzione appare effettuata *ad hoc* per giustificare l'ipotesi di assenza assoluta di correlazione tra componenti transitori di reddito e consumo.

Avendo così distinto tra redditi transitori e *windfalls*, il problema di misurazione di questi ultimi appare di primaria importanza a Friedman, che lo osserva da una duplice prospettiva.

In primo luogo, egli mette in evidenza che, contrariamente a ciò che comunemente si crede, i *windfalls* sono diversi dai redditi transitori, perché diversa è

la loro influenza sul comportamento di consumo: in ultima analisi, il reddito permanente e i *windfalls* influenzano il consumo mentre il reddito transitorio no. Più specificamente, la relazione fra i tre tipi di reddito è espressa dalla (3.2). I *windfalls* agiscono direttamente sulla ricchezza facendola aumentare e, tramite essa, influenzano anche il reddito permanente in misura proporzionale. Tali *windfalls*, invece, non influenzano direttamente il reddito transitorio, perché quest'ultimo è definito dalla (3.4) come differenza tra reddito misurato e reddito permanente: potrebbero esercitare una qualche influenza attraverso il reddito permanente, ma ciò è impossibile sulla base della prima assunzione di assenza di correlazione, $corr(y_t, y_p) = 0$. La stessa concezione dei redditi è variata in Friedman. Nel 1957, egli considerava i redditi come stock, il che implicava che – applicando un tasso di sconto soggettivo di 1/3 – un terzo dei *windfalls* rappresentava reddito permanente e due terzi erano reddito transitorio. Nel 1963, Friedman cominciò ad interpretare i redditi come flussi; secondo questa diversa concezione, l'influenza dei *windfalls* sul reddito transitorio dipende da due fattori: il momento in cui essi cominciano ad essere percepiti e la durata dell'intero periodo di percezione. Conseguentemente, i *windfalls* equivalgono al reddito transitorio solo in casi particolari (e comunque in un contesto di incertezza).

In secondo luogo, il problema di misurazione dipende dalla vaghezza delle definizioni. Friedman (1963) scrisse che «la nozione di “windfall” è quindi logicamente identica a quella di “profitto” positivo nella teoria del profitto con incertezza»⁶⁴, volendo semplicemente intendere che il *windfall* corrisponde a redditi inattesi. Tuttavia, egli stesso ammise che i concetti di reddito transitorio e permanente sono arbitrari, anche se i loro effetti sul consumo sono profondamente diversi: in termini di elasticità del consumo al reddito, essa è unitaria per il reddito permanente e nulla per il reddito transitorio. Emerge qui chiaramente il passaggio da un contesto di certezza ad uno di incertezza: la variabile considerata è il reddito ed il fattore discriminante tra i due contesti è, rispettivamente, l'assenza o la presenza di *windfalls*. Più in dettaglio, si può affermare che il consumatore operi in un contesto di certezza se percepisce solo redditi classificabili à la Friedman come permanenti o transitori (al limite, anche quasi-permanenti ma con l'esatta conoscenza del periodo

⁶⁴ MILTON FRIEDMAN, «Windfall, the “Horizon” and Related Concepts in the Permanent Income Hypothesis», op. cit., 1963, p.6, nota 3, traduzione nostra.

di percezione), mentre egli opera in un contesto di incertezza se percepisce – molto semplicemente – anche redditi inattesi, *windfalls*.

Lo stesso concetto di reddito permanente si è evoluto nel tempo con le principali opere di Friedman e se ne possono dare le seguenti tre definizioni:

- F1. il reddito permanente è influenzato dai componenti permanenti i cui effetti sul reddito durano più di un certo periodo di tempo (Friedman e Kuznets (1945));
- F2. il reddito permanente è l'ammontare [di reddito] che un consumatore può spendere lasciando inalterata la propria ricchezza, cioè $y_p = iW$ (Friedman (1957));
- F3. il reddito permanente è stimato da una sequenza pesata di redditi passati (Friedman (1957, 1963)).

Due delle tre definizioni del reddito permanente di Mayer assomigliano vagamente a due delle tre definizioni di Friedman: M2 è simile a F2 ed M3 è simile a F3. Ma M1 è profondamente diversa da F1 in quanto Mayer formulò la sua prima definizione basandosi su quanto Friedman (1957) aveva sostenuto a proposito della componente permanente del reddito vista come «the (consumer) unit regarded as determining its capital value of wealth»⁶⁵.

Mayer, nella sua terza definizione, considera anche una componente data dal trend; lo stesso Friedman (1963) aveva osservato che le aspettative adattive implicavano che il consumatore apprendesse dal passato: poiché la componente del trend riflette la differenza tra reddito passato e reddito corrente, essa deve essere tenuta in considerazione quando il consumatore forma le proprie aspettative sul reddito futuro. Tuttavia, il reddito futuro atteso non implica necessariamente il reddito permanente in quanto, ad esempio, in F1 la formazione delle aspettative è irrilevante per il reddito permanente (e non potrebbe esserlo per il reddito futuro).

Le definizioni F2 ed F3 considerano le aspettative e Friedman cercò di aggiungere ulteriori ipotesi al fine di predire il comportamento di consumo: «in fact Friedman had to solve other measurement problems in order to save his permanent income hypothesis»⁶⁶. Due definizioni empiriche vennero modificate a questo scopo:

- il consumo sarebbe definito in termini di acquisti anche di beni durevoli e

⁶⁵ MILTON FRIEDMAN, «A Theory of the Consumption Function», op. cit., p.21.

⁶⁶ Così CHAO HSIANG-KE, «Milton Friedman and the Emergence of the Permanent Income Hypothesis», op. cit., 2001, p. 27.

- il consumo non è la differenza tra reddito e risparmio, consumo e reddito devono essere misurati indipendentemente l'uno dall'altro.

Se il consumo fosse misurato sottraendo il risparmio dal reddito⁶⁷, allora reddito e consumo conterrebbero un comune errore di misurazione: reddito transitorio e consumo transitorio sarebbero positivamente correlati, il che farebbe cadere l'assunzione $corr(y_t, c_t) = 0$ e l'intera PIH.

In conclusione, si può affermare che la definizione di reddito permanente – specialmente la prima di Friedman (F1) e Mayer (M1) – lascia aperto un problema di «latent variable»: una variabile latente è una variabile non misurabile per sua natura ma collegata ad altre variabili misurabili.

Le critiche maggiori alla PIH si basano proprio sul fatto che il reddito permanente è una *latent variable*⁶⁸.

⁶⁷ Come in J.M. KEYNES (1936).

⁶⁸ Una elencazione di alcuni lavori sulla misurazione di variabili non direttamente osservabili è riportata in CHAO HSIANG-KE, «Milton Friedman and the Emergence of the Permanent Income Hypothesis», op. cit., pp. 30-31.

Capitolo 4 – L'ipotesi del «ciclo vitale dei risparmi» di Modigliani

L'impianto teorico del modello

Nello stesso periodo in cui Friedman stava sviluppando la sua PIH, Modigliani e Brumberg (1954)⁶⁹ lavoravano al loro modello del ciclo di vita dei risparmi (LCH). Secondo questa teoria, gli individui scelgono una struttura dei consumi che massimizzi la loro utilità soggetta al vincolo di bilancio intertemporale.

L'approccio della LCH ha fornito i seguenti principali contributi alla teoria del consumo:

- ha introdotto il processo di massimizzazione dell'utilità, riconciliando la teoria macroeconomica del consumo con la teoria microeconomica delle scelte del singolo consumatore;
- ha incluso le aspettative sul reddito (considerate anche nella PIH) nel vincolo di bilancio intertemporale;
- ha permesso, mediante la massimizzazione vincolata dell'utilità, di considerare il mercato del credito e le possibilità di dare e prendere a prestito;
- ha preso in considerazione gli effetti dei tassi di interesse e di preferenza intertemporale;
- ha incorporato un aspetto sociologico, riconoscendo esplicitamente che la spesa per consumo può variare nel corso della vita.

Per molti aspetti, la LCH può essere vista come un compromesso tra le teorie di Keynes e Friedman. L'approccio del ciclo vitale genera una funzione di consumo che dipende dal reddito permanente se sono verificate le seguenti due condizioni:

1. i tassi di interesse (sui risparmi e sui prestiti) e il tasso di preferenza intertemporale sono uguali a zero;
2. non c'è alcun vincolo per prendere a prestito.

Se le famiglie sono soggette a vincoli di liquidità, la loro MPC è unitaria; ciò perché queste famiglie vorrebbero prendere a prestito per finanziare il consumo aggiuntivo ma non possono farlo: esse vedono ogni unità aggiuntiva di reddito come un modo per allentare i vincoli di liquidità e quindi spendono interamente tale

⁶⁹ FRANCO MODIGLIANI e RICHARD BRUMBERG, «Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data», New Brunswick, in K. Kurihara ed., *Post Keynesian Economics*, Rutgers University Press, 1954.

incremento.

Poiché le famiglie con vincoli di liquidità spesso tendono ad essere quelle a basso reddito che hanno una MPC più elevata, questa caratteristica keynesiana è presente nella LCH.

Ancora, similmente alla PIH, con riferimento alle implicazioni di politica economica, la LCH predice un impatto più piccolo della riduzione dell'imposizione fiscale sui comportamenti di consumo rispetto a quanto vorrebbe la funzione di consumo keynesiana, poiché tali riduzioni del prelievo fiscale sarebbero considerate nell'intero arco di vita rimanente e quindi gli effetti sarebbero "spalmati" nel tempo.

Il modello formale della Life Cycle Hypothesis

Obiettivi e sviluppi della LCH

La LCH è una teoria di consumo e risparmio fondata sull'idea che gli individui effettuano scelte razionali di consumo ad ogni età, considerando la disponibilità di risorse nel corso della vita. Essa si basa sul fatto che le persone adeguano la propria struttura dei consumi ai bisogni delle diverse età, indipendentemente dai loro redditi a quelle età.

La LCH è stata formulata da Modigliani e Brumberg in due lavori, scritti entrambi all'inizio degli anni cinquanta ma pubblicati in periodi differenti: il primo – *Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data*⁷⁰ – risale al 1954, il secondo – *Utility Analysis and the Aggregate Consumption Function: An Attempt at Integration*⁷¹ – venne pubblicato per la prima volta soltanto nel 1979. Le implicazioni della LCH sono numerose e difficilmente avrebbero potuto essere riportate in un unico *paper*; il ritardo nella pubblicazione del secondo lavoro trova la sua principale spiegazione nella morte prematura di Brumberg per malattia.

L'obiettivo che i due autori si erano prefissati era quello di trovare – partendo dalla teoria delle scelte intertemporali à la Fisher e da un minimo di postulati plausibili – «un modello unificato del consumo e del risparmio che fosse in grado di

⁷⁰ *Ibidem*.

⁷¹ FRANCO MODIGLIANI e RICHARD BRUMBERG, «Utility Analysis and Aggregate Consumption Functions: An Attempt at Integration», in A. Abel ed., *Collected Papers of Franco Modigliani*, Vol. 2, MIT Press, Cambridge, 1979.

spiegare ed integrare tutti gli elementi sia microeconomici che macroeconomici [...] e che potesse, a sua volta, condurre a nuove e verificabili implicazioni»⁷².

La coerenza della LCH con la teoria di Fisher garantisce alla prima, come alla PIH che in questo la equivale, una coerenza interna che è alla base della sua validità nel tempo. La LCH originaria considera precipuamente consumo e risparmio ma essa deriva da principi fondamentali che potrebbero essere usati per estendere il modello originario in modo che esso possa trattare un'ampia gamma di questioni relative a consumo e risparmio, quali politica fiscale e previdenza sociale⁷³.

Teoria economica e metodo economico si evolvono nel tempo: la LCH è stata arricchita ed ampliata in un modo che era impensabile negli anni cinquanta, quando venne formulata. Assunzioni che erano originariamente necessarie per la trattabilità del modello sono state rilasciate; per esempio, l'originaria formulazione della programmazione nel ciclo vitale richiedeva che le persone facessero i conti con un futuro incerto ed implicava una forte difficoltà nel formulare modelli comportamentali in condizioni di incertezza che fossero teoricamente soddisfacenti ed empiricamente trattabili. Nella seconda metà del Novecento, gli economisti hanno sviluppato metodi per la trattazione dell'incertezza e la scienza economica ha assorbito strumenti dall'analisi statistica delle serie storiche che oggi permettono di considerare le aspettative sul futuro in maniera più coerente ed hanno aperto la strada ad una trattazione "rigorosa" della LCH in un contesto di incertezza.

I due lavori di Modigliani e Brumberg precedentemente indicati si basano su dati e implicazioni differenti ma vogliono mettere in luce, come lo stesso Modigliani ha spiegato nel 1975, un modello unificato di consumo e risparmio: il componimento del 1954 guarda ai dati *cross-section* e alle implicazioni microeconomiche della teoria, quello pubblicato nel 1979 concerne i dati per serie storiche e le implicazioni macroeconomiche.

⁷² FRANCO MODIGLIANI, «The Life Cycle Hypothesis of Saving Twenty Years Later», in M. Parkin, ed. *Contemporary Issues in Economics*, Manchester University Press, 1975; trad. it. in «Consumo, risparmio, finanza», Bologna, Il Mulino, 1992, p. 178.

⁷³ Per una trattazione di queste tematiche si può vedere, ad esempio, TULLIO JAPPELLI, «The Life-Cycle Hypothesis, Fiscal Policy, and Social Security», Università di Salerno, CSEF e CEPR, febbraio, 2005.

Massimizzazione dell'utilità e ruolo delle risorse vitali

Attraverso la LCH, Modigliani e Brumberg volevano mostrare che tutte le regolarità empiriche riscontrate potrebbero essere spiegate in termini di consumatori razionali, che massimizzano la propria utilità allocando in maniera ottimale le risorse vitali in consumo (e risparmio) nel corso della vita, nello spirito di Fisher (1930)⁷⁴.

L'ipotesi di massimizzazione dell'utilità (e dei mercati perfetti) ha un'implicazione molto forte: la spesa per consumi di un consumatore rappresentativo ad ogni età dipenderà solamente dalle sue risorse vitali ($\bar{Y}$) – definite come il valore attuale dei redditi da lavoro ($\hat{Y}$) più gli eventuali lasciti ricevuti (BR) – e non sarà influenzata affatto dai redditi che maturano nel periodo corrente, in quanto considerati transitori.

Se assumiamo che il consumatore rappresentativo sceglierà di consumare le proprie risorse vitali ad un tasso relativamente stabile (vicino a quello di consumo medio) nel corso della vita, arriviamo ad una conclusione fondamentale per la comprensione del comportamento individuale di risparmio: l'ammontare di risparmio per brevi periodi, come un anno, sarà influenzato dall'ampiezza dello scostamento del reddito corrente dalle risorse vitali medie. Questa conclusione è comune alla LCH e alla PIH di Friedman, con la differenza che la seconda «modella il consumo razionale e le decisioni di risparmio sotto l'assunzione "semplificatrice" che la vita sia indefinitamente lunga»⁷⁵. In Friedman (1957), la nozione di «risorse vitali» è sostituita da quella di «reddito permanente» mentre la discrepanza tra reddito corrente e reddito permanente viene chiamata «reddito transitorio», tutti concetti illustrati precedentemente.

La conclusione che il risparmio rifletta largamente il reddito transitorio ha un numero rilevante di implicazioni – riportate sia in Friedman (1957) sia in Modigliani-Brumberg (1954) – che hanno ricevuto ampio (anche se non unanime) supporto empirico.

Tra queste implicazioni, la più nota e meglio definita riguarda la pendenza della retta di regressione del risparmio sul reddito, derivante da osservazioni individuali raggruppate in classi di reddito corrente. A causa della correlazione tra reddito

⁷⁴ IRVING FISHER, «The Theory of Interest», New York, 1930.

⁷⁵ FRANCO MODIGLIANI, «Life Cycle, Individual Thrift, and the Wealth of Nations», op. cit., p. 299.

transitorio e reddito corrente (attinente al reddito medio), la retta di regressione tende ad essere più ripida della sottostante effettiva relazione tra il tasso di risparmio e il reddito permanente; quindi, la funzione di risparmio stimata si allontana da quella effettiva, essendo ruotata in senso antiorario attorno alla media tanto più quanto maggiore è la variabilità del reddito transitorio, ad esempio – per dirla con Modigliani – più per un campione di agricoltori che per uno di impiegati governativi.

È questo fenomeno che tiene in debita considerazione le conclusioni di Brady-Friedman già citate di un *saving ratio* che sembra dipendere non dal reddito assoluto ma da quello relativo. Questa stessa considerazione fornisce una spiegazione per un famoso (ma controintuitivo) risultato empirico osservato in un'ampia indagine condotta negli Stati Uniti nel 1936, cioè che le famiglie di colore sembrano risparmiare di più (o fare meno “risparmio negativo”) rispetto alle famiglie “bianche” per ogni livello di reddito. La ragione è che le famiglie di colore tendono ad avere un livello medio di reddito permanente molto più basso e, pertanto, per ogni dato livello di reddito corrente, la componente transitoria – e quindi il risparmio – è maggiore⁷⁶.

Le implicazioni della relazione tra risparmio e reddito transitorio sono sostanzialmente uguali per la LCH e per la PIH; comunque, esistono altri aspetti che sono specifici della LCH, per cui non manca chi sostiene che la PIH sia un caso particolare della LCH, come per certo verso esposto precedentemente.

Riporteremo nel prosieguo di questo capitolo solo la versione di base della LCH – dalla quale già si evince la caratteristica forma a gobba del sentiero della ricchezza in funzione dell'età – e faremo cadere le assunzioni semplificatrici solo e in quanto ciò sarà utile per una più approfondita comprensione del modello che presenteremo in seguito.

La versione di base della LCH

Attraverso il riconoscimento esplicito della vita finita delle famiglie (contrariamente all'assunzione della PIH di famiglie immortali), la LCH potrebbe considerare casi ulteriori oltre quelli risultanti dalle deviazioni transitorie di reddito analizzate dalla PIH. In particolare, essa potrebbe concentrarsi su quelle variazioni

⁷⁶ Identico esempio, con analogia argomentazione, è riportato in COSTAS MEGHIR, «A Retrospective on Friedman's Theory of Permanent Income», University College London and Institute for Fiscal Studies, WP04/01, IFS, gennaio 2004, p. 6 e in ANGUS DEATON, «Franco Modigliani and the Life Cycle Theory of Consumption», *Research Program in Development Studies and Center for Health and Wellbeing*, Princeton University, 2005, p. 6.

sistematiche di reddito e “bisogni” che intervengono nel corso del ciclo di vita, come risultato del raggiungimento dell’età matura e del pensionamento o derivanti da cambiamenti nella composizione del nucleo familiare. Inoltre, la LCH può considerare anche i lasciti ereditari e le motivazioni che ne stanno alla base meglio di quanto non si possa fare con l’approssimazione di vita infinita.

Nel *paper* del 1954 e nelle prime due parti di quello pubblicato nel 1979, Modigliani e Brumberg fanno diverse assunzioni semplificatrici sul sentiero vitale di opportunità e gusti delle famiglie, al fine di estrarre in modo succinto le implicazioni essenziali dell’approccio della LCH. Tali implicazioni possono essere riportate come segue: dal lato delle opportunità, redditi costanti fino al pensionamento e nulli dopo, tassi di interesse nulli; dal lato delle preferenze, consumo costante nel corso della vita e assenza di lasciti ereditari.

Per questa versione di base del modello, il sentiero del ciclo di vita del risparmio e della ricchezza è descritto in figura 2, in cui la notazione utilizzata è molto semplice: Y , C ed A rappresentano rispettivamente il sentiero di reddito, consumo e ricchezza nel tempo T (che indica le diverse età); N ed L rappresentano rispettivamente l’età di cessazione dell’attività lavorativa – e quindi l’inizio del periodo di pensionamento – e l’età del decesso (ovviamente $L - N$ rappresenta la durata del periodo di pensionamento); $\bar{Y}$ è il reddito medio mentre le aree tratteggiate (di uguale superficie) indicate con “saving” e “dissaving” rappresentano, nell’ordine, l’ammontare di risparmio e quello di “risparmio negativo” nel tempo.

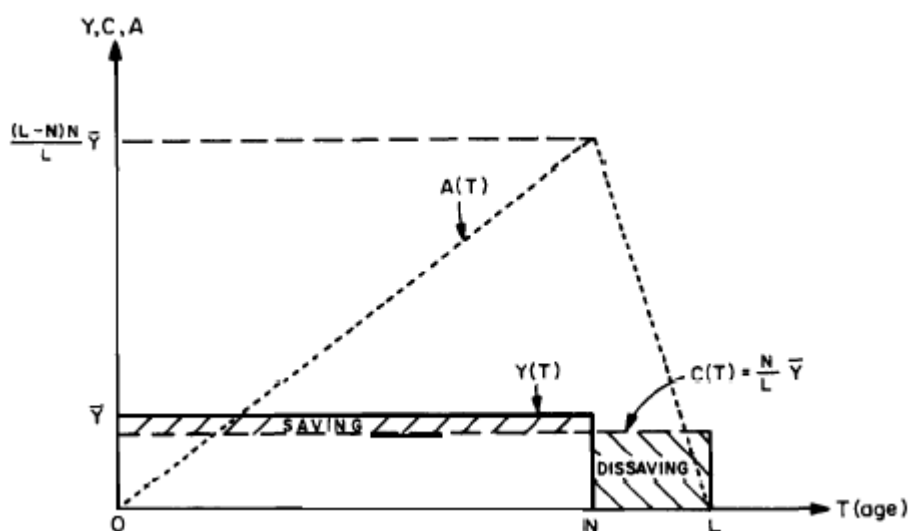


Figura 2 – Reddito, consumo, risparmio e ricchezza in funzione dell’età nella LCH di base

Dall'osservazione della figura 2, si nota che:

$$SAVING = N \cdot (\bar{Y} - C) \quad (4.1)$$

$$DISSAVING = (L - N) \cdot C \quad (4.2)$$

e, imponendo l'uguaglianza tra la (4.1) e la (4.2), si ricava

$$N \cdot (\bar{Y} - C) = (L - N) \cdot C \quad \Rightarrow \quad N\bar{Y} - NC = LC - NC$$

da cui, semplificando e risolvendo per C , si ha l'espressione riportata in figura, cioè

$$C(T) = \frac{N}{L} \bar{Y} \quad (4.3)$$

La ricchezza al periodo N è facilmente ricavabile come differenza tra lo stock dei redditi e quello dei consumi nello stesso periodo, cioè

$$A_N = Y_N - C_N = N\bar{Y} - NC$$

da cui, considerando la (4.3) si ha

$$A_N = N\bar{Y} - N \frac{N}{L} \bar{Y} = N\bar{Y} \cdot \left(1 - \frac{N}{L}\right) = \frac{(L - N)N}{L} \bar{Y}$$

che è, appunto, il livello di ricchezza al tempo N rappresentato in figura 2.

Poiché il periodo di copertura pensionistica segue quello della percezione di redditi da lavoro, l'attività programmata di uniformare il consumo nel tempo dà luogo ad un sentiero vitale della ricchezza con la caratteristica forma a gobba (*humped shaped*).

In Modigliani-Brumberg (1979), viene mostrato che questo modello di base conduce ad implicazioni piuttosto originali e sorprendenti, “quasi controintuitive”, come ammette lo stesso Modigliani. Alcune di queste implicazioni sono:

1. il tasso di risparmio di un paese è interamente indipendente dal suo reddito pro-capite;
2. tassi di risparmio nazionale differenti sono coerenti con un identico comportamento individuale del ciclo di vita;
3. tra paesi con identico comportamento individuale, il tasso di risparmio aggregato sarà più elevato nel paese la cui economia fa registrare un tasso di crescita di lungo periodo più alto; esso sarà nullo nel caso di crescita zero;
4. il rapporto ricchezza-reddito è una funzione decrescente del tasso di crescita, quindi è massimo nel caso di crescita zero;
5. un'economia può accumulare uno stock molto grande di ricchezza rapportata al reddito anche in assenza di lasciti ereditari;

6. il principale parametro che controlla il rapporto ricchezza-reddito e il tasso di risparmio per una data crescita è la durata media del periodo di pensionamento.

Per una migliore comprensione di queste implicazioni consideriamo il caso di un'economia stazionaria e poi quello di un'economia con tasso di crescita costante.

Il caso di un'economia stazionaria

Supponiamo che non ci sia né crescita della produttività né crescita demografica ed assumiamo, per semplicità, che il tasso di mortalità sia 1 a qualche età L e 0 prima. A queste condizioni, la figura 2 rappresenterà la distribuzione di ricchezza, risparmio, consumo e reddito in funzione dell'età, fino ad un fattore che rappresenta il numero (costante) di persone in ogni classe di età. Quindi, il rapporto aggregato ricchezza-reddito, W/Y , è dato dal rapporto tra la somma della ricchezza detenuta ad ogni età – l'area sottostante al sentiero della ricchezza $A(T)$ – e l'area sottostante al sentiero di reddito $Y(T)$. Ciò ha diverse significative implicazioni.

Innanzitutto, come appare chiaramente dalla figura 2, W/Y dipende da un unico parametro: la durata del periodo di pensionamento $M \equiv L - N$; ciò giustifica l'implicazione n. 6. La relazione tra M e W/Y è facilmente ricavabile come segue:

$$\frac{W}{Y} = \frac{\frac{(L-N)N}{L} \bar{Y} \cdot \left(\frac{N}{2} + \frac{L-N}{2}\right)}{N \bar{Y}} = \frac{L-N}{L} \cdot \frac{N+L-N}{2}$$

da cui, semplificando e ricordando la posizione $M \equiv L - N$, si ricava

$$W/Y = M/2 \quad (4.4)$$

In secondo luogo, è importante rilevare che in Modigliani-Brumberg (1979), per scopi illustrativi, viene considerata una durata media del periodo di pensionamento di 10 anni, il che implica un rapporto ricchezza-reddito di 5. Questo valore è vicino a quello trovato da Raymond Goldsmith⁷⁷ nel suo importante studio sui risparmi negli Stati Uniti; ciò implica che si potrebbe considerare l'intera ricchezza degli USA senza interessarsi ai lasciti ereditari, un risultato in linea con l'enunciato della quinta implicazione della versione di base della LCH.

Con reddito e popolazione stazionari, la ricchezza aggregata deve rimanere costante nel tempo e quindi non c'è alcuna variazione né nella ricchezza né nel tasso

⁷⁷ R.W. GOLDSMITH, «A Study of Saving in the United States», Princeton University Press, 1956.

di risparmio, nonostante l'elevato stock di ricchezza; un risultato espresso nella terza implicazione del modello. La spiegazione è che, in stato stazionario, il risparmio negativo dei pensionati (derivante dalla ricchezza precedentemente accumulata) compensa appena l'accumulazione della popolazione attiva, effettuata in vista del pensionamento. Il risparmio aggregato potrebbe essere solo provvisoriamente non nullo, nell'ipotesi in cui si verificasse uno shock che allontanasse la ricchezza aggregata W dal suo valore di equilibrio $(M/2)\bar{Y}$ desunto dalla (4.4), dove $\bar{Y}$ è il livello stazionario di reddito; quindi, finché il reddito rimane al suo livello di stato stazionario $\bar{Y}$, la ricchezza ritornerà gradualmente al suo predetto livello di equilibrio.

Il caso di un'economia con tasso di crescita costante

In un'economia che cresce ad un tasso costante, l'andamento dei tassi di risparmio può essere dedotto da quello della ricchezza privata aggregata, W , attraverso la relazione

$$S = \Delta W \quad (4.5)$$

che implica

$$s \equiv \frac{S}{Y} = \frac{\Delta W}{Y} = \frac{\Delta W}{W} \cdot \frac{W}{Y} = gw \quad (4.6)$$

dove w è il rapporto ricchezza-reddito e g è il tasso di crescita dell'economia, che in stato stazionario equivale al tasso di crescita della ricchezza, $\Delta W / W$.

Derivando la (4.6) rispetto a g si ottiene, ricordando che $s = s(g)$ e $w = w(g)$ ed applicando la regola di derivazione di un prodotto, che la sensibilità del tasso di risparmio a variazioni del tasso di crescita è data da:

$$\frac{ds}{dg} = w + g \frac{dw}{dg} \quad (4.7)$$

Poiché $w \equiv \frac{W}{Y}$ è positivo e deriva da un livello di ciclo vitale dei consumi che ne assicura l'indipendenza dal livello di reddito⁷⁸, le implicazioni n. 1 e 2 sono

⁷⁸ Dato che, come si è più volte osservato, la programmazione intertemporale dei consumi nel corso della vita mira proprio ad uniformare gli stessi, almeno in questa formulazione semplificata, a prescindere dal livello di reddito corrente.

verificate. Se, in aggiunta, il profilo di w in funzione dell'età potesse essere considerato come una variabile indipendente della crescita economica, si avrebbe che il tasso di risparmio sarebbe proporzionale al tasso di crescita con un fattore di proporzionalità pari a $M/2$, come facilmente osservabile dalle (4.4) e (4.6) e in linea con l'enunciato dell'implicazione n. 3. In realtà, il modello implica che w è, generalmente, una funzione decrescente di g ⁷⁹ (è l'implicazione n. 4), sebbene con una piccola pendenza; quindi la pendenza della relazione tra s e g (espressa dalla (4.7)) tende ad appiattirsi all'aumentare del tasso di crescita.

Nel caso in cui si registri un aumento demografico, l'economia farà osservare un risparmio aggregato positivo, perché le famiglie giovani che accumulano rappresentano una quota più rilevante della popolazione rispetto agli anziani che fanno risparmio negativo: questo effetto positivo sul risparmio è noto come *effetto Neisser* (1944)⁸⁰.

Nel caso in cui, invece, si registri un aumento della produttività, ciò implicherebbe che le generazioni più giovani avrebbero risorse vitali maggiori rispetto alle generazioni più anziane e, quindi, i loro risparmi sarebbero più elevati rispetto alla decumulazione delle (più povere) generazioni in quiescenza: questo effetto, ancora di segno positivo, sul risparmio aggregato, è noto come *effetto Bentzel* (1959)⁸¹.

Entrambi gli effetti generano un risparmio aggregato positivo (rispetto a quello generalmente nullo dello stato stazionario) ma l'allocazione intergenerazionale tra i due è profondamente diversa: l'effetto Neisser prevede generazioni giovani con una ricchezza più bassa rispetto alle generazioni successive mentre l'effetto Bentzel prescrive che i giovani detengono una ricchezza maggiore rispetto agli anziani.

Per quanto riguarda l'effetto della produttività sul risparmio, Friedman giunse ad una conclusione diametralmente opposta a quella dell'effetto Bentzel, affermando che la crescita della produttività tenderebbe a deprimere il *saving ratio* sulla base del fatto che un aumento continuo dei redditi futuri attesi «tende ad aumentare il reddito permanente relativo al reddito misurato e quindi ad aumentare il consumo relativo al

⁷⁹ Perché il tasso di crescita esercita un'influenza maggiore sul reddito piuttosto che sulla ricchezza, che contempla (quest'ultima) anche i consumi, per cui, in genere, $dw/dg < 0$.

⁸⁰ H.P. NEISSER, «The Economics of a Stationary Population», *Social Research*, 1944.

⁸¹ R. BENTZEL, «Nagra Synpunkter pa Sparandets Dynamik», in *Festskrift Tillagnad Halvar Sundberg*, Uppsala, 1959.

reddito misurato»⁸². Questa differenza nelle implicazioni di LCH e PIH – per la verità una delle poche di un certo rilievo tra i due modelli – può essere spiegata dal fatto che, se la vita è infinita, non può esserci un effetto Bentzel. In realtà, l'argomento che gli agenti anticipino pienamente i redditi futuri prescrive che essi tenderanno a spostare il consumo dal futuro al presente; ciò porterà a ridurre il sentiero della ricchezza e forse anche a generare una ricchezza netta negativa in età giovane. Ma questo effetto – sostiene Modigliani – deve essere messo in ombra dal *Bentzel effect*, almeno per i piccoli valori di g che ci si può realisticamente attendere e per la continuità di ds/dg nella (4.7).

Il modello implica anche che il comportamento di consumo aggregato nel breve periodo possa essere descritto da una funzione (aggregata) di consumo molto semplice, lineare nel reddito da lavoro (Y^L) e nella ricchezza (W), cioè

$$C = \alpha \cdot (Y^L) + \delta \cdot W \quad (4.8)$$

Un'equazione di questo tipo era stata già proposta da Gardner Ackley⁸³ nel 1951, «sebbene sia la forma funzionale sia la presunta stabilità dei coefficienti rimanevano su considerazioni puramente euristiche»⁸⁴. Invece, in Modigliani-Brumberg (1979) viene mostrato che, se il reddito segue da vicino il sentiero di crescita costante allora i parametri α e δ potrebbero essere considerati costanti nel tempo e determinati dalla lunghezza della vita (L), dalla durata del pensionamento (M) e dal tasso di crescita (g)⁸⁵.

L'equazione di consumo aggregato di breve periodo espressa dalla (4.8) è coerente con le proprietà di lungo periodo da 1 a 6.

⁸² MILTON FRIEDMAN, «A Theory of the Consumption Function», op. cit., p. 234.

⁸³ GARDNER ACKLEY, «The Wealth-Saving Relationship», *Journal of Political Economy*, 1951.

⁸⁴ FRANCO MODIGLIANI, «Lyfe Cycle, Individual Thrift, and the Wealth of Nations», op. cit., p. 302, trad. nostra.

⁸⁵ Per l'assunzione di base, $L=50$, $M=10$, e $g=0,03$ si ha $\delta=0,07$.

Verifiche empiriche

Nessuna delle implicazioni di breve e lungo periodo del modello di base poteva essere testata in modo esplicito negli anni cinquanta, quando esse vennero formulate.. I dati sulla ricchezza netta privata – necessari per verificare l’equazione (4.8) – non erano disponibili, così come le informazioni sul risparmio nazionale privato erano molto limitate. L’unico riscontro empirico era la già citata coerenza delle implicazioni della LCH con il lavoro di Goldsmith sui risparmi negli Stati Uniti.

Ma negli anni sessanta la disponibilità di dati migliorò sensibilmente e fu possibile anche testare l’equazione (4.8). A tal proposito, Modigliani e Ando (1963)⁸⁶ trovarono che l’equazione di consumo aggregato di breve periodo riportata nella LCH stimava piuttosto bene i dati, considerando stime dei parametri vicine a quelle predette dal modello.

Ai giorni nostri, la (4.8) è considerata la funzione di consumo standard, in quanto è stata stimata per molti paesi e considerando diversi periodi. Il coefficiente della ricchezza, δ , è stato trovato frequentemente più basso di 0,07 ma ciò può essere spiegato (almeno in parte) dal fatto che si considerava, di solito, il reddito totale Y , piuttosto che il solo reddito da lavoro Y^L .

⁸⁶ FRANCO MODIGLIANI e ALBERT ANDO, «The ‘Life Cycle’ Hypothesis of Saving: Aggregate Implications and Tests», *American Economic Review*, 53, n. 1, pp. 55-84.

Conclusioni

Della visione keynesiana del risparmio come complemento del consumo al reddito si è già detto nel primo capitolo; è utile ricordare, tuttavia, che lo studio del risparmio individuale ed aggregato è stato (e lo è ancora in importanti modelli neoclassici di crescita) per molto tempo considerato fondamentale per la crescita economica, giacché il risparmio nazionale è la fonte dell'offerta di capitale – un importante fattore produttivo influente sulla produttività del lavoro e sulla crescita della produzione. È proprio questa relazione positiva tra risparmio e capitale produttivo che ha fatto tradizionalmente considerare il risparmio come un comportamento virtuoso, socialmente benefico; la sola eccezione è rappresentata da Keynes. L'importanza del risparmio è quindi indubbia ed i diversi modelli illustrati in questa sezione considerano diverse accezioni di reddito e, conseguentemente, di risparmio.

Nei capitoli di questa prima sezione, nel presentare i modelli di consumo più importanti per i futuri sviluppi della teoria del consumatore, abbiamo cercato di mettere in evidenza come la nozione di reddito impiegata sia di estrema rilevanza nel determinare le implicazioni dei diversi modelli. Dall'ipotesi del reddito assoluto (o corrente) di Keynes a quella del reddito relativo di Duesenberry, dal reddito permanente di Friedman alle risorse vitali à la Modigliani, la variabile fondamentale nella comprensione dei comportamenti di consumo e risparmio è sempre il reddito, in una qualche sua accezione.

L'utilizzo del reddito come variabile esplicativa fondamentale del comportamento di consumo è il *leitmotiv* anche dei modelli di consumo successivi a quelli illustrati in questa prima sezione e fa capire il perché di cotanto interesse nel trovare una definizione di reddito misurabile e di rilevanza pratica. Una volta trovato il bandolo dell'intricata questione, è facile determinare i comportamenti di consumo mediante il concetto di propensione marginale al consumo (MPC) che, dal punto di vista intuitivo, non genera alcuna difficoltà ed è facilmente modellabile.

Un aspetto che, invece, complica l'analisi è la considerazione dell'incertezza, che spesso avviene in corso d'opera come ipotesi supplementare a quelle originarie.

Questo tema sarà meglio affrontato nella seconda sezione, che esordirà proprio con l'illustrazione di alcuni strumenti che riescono ad aggirare il problema di misurazione del reddito permanente, indissolubilmente legato all'incertezza sul sentiero dei redditi futuri.

Riportiamo, a conclusione di questa prima sezione, una tabella riassuntiva delle definizioni ivi illustrate:

Teorie di consumo-risparmio		Concetti impiegati delle variabili fondamentali		
Autore	Modello	Reddito	Consumo	Risparmio
Keynes (1936)	Ipotesi del “reddito corrente”	Reddito reale corrente, Y_w	$C_w = \chi(Y_w)$	$S = Y_w - C_w$
Duesenberry (1949)	Ipotesi del “reddito relativo”	Reddito relativo permanente, $Y_{i,t} / Y_t$	$C_{i,t} = c(Y_{i,t} / Y_t) Y_{i,t}$	$S = Y_{i,t} - C_{i,t}$
Friedman e Kuznets (1945)	Ipotesi del “reddito permanente”	Reddito permanente, $y_i = p_i + t_i + \sum_{j=i}^{(i-1)+(n-1)} q_{ij}$	L'analisi è concentrata sulla struttura del reddito	
Friedman (1957)	Ipotesi del “reddito permanente”	Reddito permanente, $y_p = iW$	$c_p = k(i, w, u) y_p$	L'assunzione $corr(y_t, c_t) = 0$ implica che il risparmio non può essere derivato come differenza tra reddito e consumo
Friedman (1963)	Ipotesi del “reddito permanente”	Come Friedman (1957) ma y_p è il reddito atteso sulla base di aspettative adattive		
Modigliani e Brumberg (1954)	Ipotesi del “ciclo vitale”	Risorse vitali $\bar{Y} = \hat{Y} + BR$	Nella formulazione semplificata $C(T) = \frac{N}{L} \bar{Y}$	$S = N \cdot (\bar{Y} - C)$

Tutti i modelli considerati, con la sola ma significativa eccezione della PIH di Friedman, si basano sulla definizione keynesiana di risparmio come differenza tra reddito e consumo: il concetto di reddito impiegato, naturalmente, varia nei diversi modelli e ne costituisce l'elemento distintivo fondamentale.

La definizione di risparmio come “mero residuo” non è impiegata in Friedman (1957, 1963) perché costituirebbe violazione dell'assunzione $corr(y_t, c_t) = 0$: nella PIH il risparmio è influenzato dallo scostamento (positivo) del reddito corrente dal reddito permanente (così come nella LCH) ma (a differenza di questa) esso non può essere considerato come differenza tra reddito e consumo.

La definizione del risparmio come differenza tra reddito (nell'accezione considerata dal modello preso in considerazione) e consumo (sulla base di una qualche regola comportamentale legata al reddito dalla propensione marginale al consumo) ha importanti implicazioni teoriche:

- è sufficiente una teoria di formazione del reddito e la definizione di un rapporto funzionale tra consumo e reddito per derivare il risparmio (non essendo necessaria una teoria del risparmio);
- consumo e risparmio sono tra loro negativamente correlati;
- il risparmio può essere visto come il costo-opportunità del consumo presente in termini di consumo futuro.

La conseguenza più rilevante di questo approccio è che una teoria del risparmio può ben giustificarsi in un contesto di analisi di equilibrio parziale (in cui non ci si preoccupi di come tale risparmio sia stato generato), non essendo però ammissibile in uno studio di EEG (in cui sarebbe necessaria una teoria del reddito ed una regola di formazione del consumo).

SEZIONE II – IL RUOLO DELL’INCERTEZZA NELL’ASSUNZIONE DELLE DECISIONI DI CONSUMO-RISPARMIO 44

Capitolo 5 – Il problema della misurazione del reddito permanente: nuove assunzioni, strumenti, implicazioni	47
Le aspettative razionali.....	48
L’equazione di Eulero	50
I modelli “analitici” degli anni sessanta e settanta: nuove implicazioni rispetto alla PIH.....	53
Le caratteristiche dei moderni modelli di consumo	55
La concavità della funzione di consumo	58
Avversione al rischio	59
Regimi di attualizzazione nelle funzioni di utilità	61
Capitolo 6 – L’effetto dell’abbandono delle assunzioni semplificatrici nella LCH	63
Implicazioni della LCH di base	69
Assunzioni più realistiche.....	69
Tassi di interesse non nulli	69
Il ciclo vitale dei guadagni e della dimensione familiare.....	71
Durata del periodo lavorativo e di quello in quiescenza	71
Vincoli di liquidità	72
Miopia.....	73
LCH in condizioni di incertezza: ulteriori estensioni del modello	74
Conclusioni	81

Sezione II – Il ruolo dell'incertezza nell'assunzione delle decisioni di consumo-risparmio

Abbiamo concluso la precedente sezione con l'importante affermazione che la definizione del concetto di reddito è il punto di partenza di tutti i modelli di consumo e che, una volta risolta la questione definitoria, ci si trova nella posizione di poter meglio capire i comportamenti di consumo e risparmio.

Dopo aver definito le variabili fondamentali del problema di scelta del consumatore ed averne stabilito le relazioni in influenti modelli di consumo, ci proponiamo – nei capitoli che compongono questa seconda sezione – di concentrarci su metodi e strumenti per estendere le assunzioni dei modelli originari PIH/LCH (che si basano sul concetto di reddito attualmente più accreditato per la comprensione dei comportamenti di consumo-risparmio) in modo da rendere tali modelli più idonei alla rappresentazione delle decisioni in un contesto di incertezza.

Nella prima sezione, in chiusura del terzo capitolo, abbiamo riportato la critica più importante che viene mossa al concetto di reddito permanente: il problema della misurazione, legato al fatto che esso è una variabile latente, ovvero per sua natura non misurabile ma collegata ad altre variabili misurabili. È utile ricordare che questa accezione di reddito (permanente) è stata influenzata dalla definizione hicksiana di reddito soggettivo che dipende dalle aspettative⁸⁷: occorre quindi adottare una teoria delle aspettative.

Lo stesso Hicks, poi, si preoccupò di trovare una conferma empirica alla sua definizione teorica di reddito, compito reso arduo dalla presenza dell'incertezza sui redditi da lavoro. È proprio il contesto di incertezza legato ai redditi da lavoro che genera problemi di misurazione dei redditi medesimi e non permette di derivare i sentieri di consumo, risparmio e ricchezza (oltre che di reddito, ovviamente) in funzione di redditi incerti. Se, per ipotesi, ci trovassimo in un contesto di certezza, in cui tutto è noto, non avremmo problemi di sorta nel derivare l'andamento di consumi, risparmi e ricchezza in funzione delle variazioni di reddito che sarebbero, stavolta, tutte note con certezza. Questo è il motivo per cui le versioni di base di PIH e LCH non considerano l'incertezza sui redditi, così come molti altri modelli nelle loro formulazioni originarie. Altri modelli ancora riportano una formulazione

⁸⁷ JOHN R. HICKS, «Value and Capital», op. cit., p.177.

dell'incertezza sui redditi di tipo probabilistico, come in Carroll (2001)⁸⁸.

Per le finalità che qui ci proponiamo, l'incertezza compare nel modello teorico sviluppato nell'ultima sezione a causa dell'emersione del risparmio precauzionale: la motivazione precauzionale del risparmio, tipica del contesto di incertezza (sui redditi da lavoro ma anche sui tassi di rendimento del patrimonio nonché sulla durata della vita⁸⁹) dà luogo ad uno stock di risparmio (precauzionale, appunto) ulteriore rispetto a quello “a gobba” (accumulato per il periodo di pensionamento) e rispetto a quello esplicitamente destinato ai discendenti (per soddisfare il keynesiano “motivo di orgoglio”). L'emersione del risparmio a scopo precauzionale pone l'accento sulla motivazione per risparmiare tipica di un contesto di incertezza, essendo gli altri due tipi di risparmio – quello “a gobba” e quello soddisfacente il “pride motive” – comunque presenti anche in un contesto di certezza.

Nel capitolo 5 illustreremo motivazioni e strumenti che permettono di effettuare test sulla PIH aggirando il problema della misurazione del reddito permanente. Considereremo, a tal fine, l'ipotesi delle aspettative razionali e la sua influenza sui modelli di consumo ad essa successivi; riporteremo l'equazione di Eulero, illustrandone derivazione ed implicazioni; illustreremo le differenze tra la PIH ed i successivi modelli di *perfect foresight* e *certainty equivalent*, rendendo esplicite – in questa fase – le caratteristiche dei moderni modelli di consumo sulle funzioni di utilità nonché su alcuni indici comportamentali soggettivi derivanti direttamente dalla forma della funzione di utilità. Concluderemo il quinto capitolo con l'illustrazione dei principali regimi finanziari impiegati per scontare l'utilità futura – paragrafo, questo, a valenza generale e che mette in risalto il ruolo del tasso soggettivo di sconto (diverso nella PIH e nei modelli successivi) sulla valutazione dell'utilità futura. La considerazione della PIH in questo capitolo si giustifica per il concetto di reddito impiegato e perché nell'ipotesi del reddito permanente è evidente, più che in altri modelli di consumo (compresa la LCH), la volontà di ricercare una definizione di reddito che possa ben spiegare l'evidenza empirica sul consumo: lo

⁸⁸ CHRISTOPHER D. CARROLL, «A Theory of the Consumption Function, With and Without Liquidity Constraints», *JEP*, 2001, pp.8-9.

⁸⁹ Posto che considereremo un orizzonte temporale finito e coincidente con la vita umana, nello spirito della LCH, la lunghezza della vita è una variabile chiave soggetta ad incertezza, rappresentando quindi una concausa per l'emersione del risparmio precauzionale.

stesso Friedman ha considerato ipotesi aggiuntive al fine di rendere il suo modello empiricamente valido, anche arrivando ad affermare la netta assenza di correlazione tra componenti permanenti e transitori e l'impossibilità di definire il risparmio come differenza tra reddito e consumo.

Nel capitolo 6 ci occuperemo dell'altro modello imperniato sul concetto di reddito permanente/risorse vitali: l'ipotesi del ciclo vitale (LCH), che rappresenta il modello di consumo che più di altri riesce a dar conto dei lasciti ereditari. La considerazione di vita finita e l'impianto teorico della LCH rendono questo modello estremamente flessibile ed idoneo a spiegare diversi fenomeni, anche a livello macroeconomico: ci concentreremo sulla validità delle implicazioni della LCH quando le assunzioni semplificatrici del modello originario saranno sostituite da assunzioni più realistiche.

Chiuderemo la sezione con importanti considerazioni conclusive.

Capitolo 5 – Il problema della misurazione del reddito permanente: nuove assunzioni, strumenti, implicazioni

La premessa di base della PIH è che, a causa della crescita globale, gli ultimi periodi di tempo sono associati a livelli di reddito permanente più elevati. Tuttavia è opportuno precisare che, nel caso in cui né la media dei componenti transitori di reddito né le preferenze varino nel tempo, il tempo può essere considerato una variabile strumentale⁹⁰.

Nonostante la PIH fornisca una struttura flessibile per lo studio di consumo e risparmio (la stessa definizione del concetto di orizzonte, che influisce sulle scelte di consumo, non è rigida, tant'è che Friedman considera un *rolling horizon*), l'affermazione di Friedman (1957) che la migliore definizione di reddito permanente sembra «... to be whatever seems to correspond to consumer behaviour»⁹¹ rappresenta un invito ad usare la teoria per identificare, attraverso l'analisi dei dati sul consumo, la corretta nozione di reddito permanente.

Parlando del reddito permanente, Friedman considera esplicitamente la possibilità che esistano vincoli di liquidità quando sostiene che la somma attualizzata dei redditi futuri non è molto utile ai fini di una misurazione del reddito, perché essa implica che i consumatori possano prendere a prestito allo stesso tasso di interesse al quale possono dare a prestito. Inserendo i vincoli di liquidità nel modello del reddito permanente, gli individui con una ricchezza positiva si comporterebbero sempre come prescritto dalla PIH originaria ma gli individui che non detengono ricchezza possono avere comportamenti di consumo influenzati dalle fluttuazioni (transitorie o meno) di reddito in quanto sono soggetti a restrizioni per l'accesso al credito; se ciò sarà riscontrabile nei dati dipenderà dalla proporzione di individui condizionati da tali vincoli. Quindi, da un esame più dettagliato, risulta che la PIH richiede di prendere posizioni non solo sul concetto di reddito permanente ma anche sul contesto in cui operano i mercati dei capitali.

Studi empirici⁹² mostrano che la versione della PIH con mercati dei capitali

⁹⁰ Per l'elencazione di alcune procedure che utilizzano questo approccio, si può vedere COSTAS MEGHIR, «A Retrospective on Friedman's Theory of Permanent Income», op. cit., p. 7.

⁹¹ Ciò giustifica anche la prima definizione di MAYER (M1) riportata nel terzo capitolo.

⁹² M. FLAVIN, «The adjustment of Consumption to Changes in Expectation about Future Income», *The Journal of Political Economy*, Vol. 89, No. 5, ottobre 1981, pp. 974-1009; A. BLINDER e A. DEATON, «The

perfetti è rigettata, in linea con i sospetti di Friedman. È stato riscontrato che variazioni prevedibili di reddito (che avrebbero già dovuto essere incorporate nei piani intertemporali di consumo) modificano il consumo; tuttavia, la sensibilità del consumo a questi prevedibili cambiamenti di reddito è piuttosto bassa.

L'introduzione delle aspettative razionali nei modelli economici con la critica di Lucas (1976)⁹³ e la sua formalizzazione con lo sviluppo dell'approccio basato sull'equazione di Eulero per lo studio di consumo e risparmio (Hall (1978)⁹⁴), forniscono sia le motivazioni sia gli strumenti che permettono di effettuare test sulla PIH che non comportino la misurazione del reddito permanente: un notevole passo avanti nell'utilizzo della PIH per spiegare il comportamento di consumo.

Le aspettative razionali

Ai giorni nostri, molti economisti sono soliti risolvere i loro modelli sotto l'ipotesi di aspettative razionali.

L'importanza delle aspettative è un tema datato in macroeconomia. Fino ai primi anni settanta, i macroeconomisti formalizzavano il meccanismo di formazione delle aspettative in due modi alternativi. Il primo prendeva spunto dall'idea degli «*animal spirits*» (l'espressione introdotta da Keynes nella «Teoria Generale» per indicare le variazioni dell'investimento che non erano spiegate dall'andamento delle variabili correnti): le variazioni delle aspettative erano considerate inspiegabili. Il secondo modo si basava sull'idea che le aspettative dipendessero dall'andamento passato delle variabili; si credeva cioè che le persone avessero *aspettative adattive*, assumendo con ciò che se, ad esempio, il loro reddito fosse cresciuto molto in passato, lo stesso sarebbe accaduto in futuro.

Nei primi anni settanta, un gruppo di macroeconomisti guidati da Robert Lucas e Thomas Sargent sosteneva che queste ipotesi non rendevano giustizia al modo in cui le persone formano realmente le loro aspettative. Essi ritenevano che gli economisti avrebbero dovuto ipotizzare *aspettative razionali*, cioè ipotizzare che le persone

Time Series Consumption Function Revisited», *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol. 1985, No. 2, 1985, pp. 465-511.

⁹³ ROBERT E. LUCAS, «Econometric Policy Evaluation: A Critique», Cambridge, in Lucas (1981), *Studies in Business Cycle Theory*, MIT Press, , 1976, pp. 104-130.

⁹⁴ ROBERT E. HALL, «Stochastic Implication of the Life-Cycle Permanent Income Hypothesis», *The Journal of Political Economy* , Vol. 86, No. 6, dicembre 1978, pp. 971-987.

guardano al futuro e cercano di fare del loro meglio per prevederlo, usando tutte le informazioni che hanno a disposizione; è evidente che questo è ben diverso dall'assumere la conoscenza del futuro. Usando i modelli macroeconomici di quegli anni, Lucas e Sargent hanno mostrato come l'introduzione dell'ipotesi di aspettative razionali potesse alterarne radicalmente i risultati. La loro critica ha mostrato la necessità di una completa revisione dei modelli macroeconomici esistenti e a questo si è dedicata la ricerca sin da allora.

Oggi, molti economisti utilizzano l'ipotesi di aspettative razionali nei modelli che costruiscono e nell'analisi della politica economica. Senza dubbio ci sono casi in cui l'ipotesi di aspettative razionali non è appropriata ma sembra trattarsi dell'eccezione che conferma la regola (e comunque non è detto che gli economisti siano in grado di spiegare questi casi in altro modo).

Ci si potrebbe domandare perché le aspettative razionali siano diventate un'ipotesi di lavoro solo negli anni settanta; ciò è avvenuto soprattutto a causa di problemi tecnici. In ipotesi di aspettative razionali, quello che succede oggi dipende dalle aspettative su cosa accadrà in futuro e quello che accadrà in futuro dipende a sua volta da cosa succede oggi. Il successo di Lucas e Sargent nel convincere la maggior parte dei macroeconomisti ad usare le aspettative razionali è dovuto non solo alla forza delle loro argomentazioni ma anche alla spiegazione di un modo concreto per applicarle. Da allora, sono stati compiuti enormi progressi nello sviluppo di metodi risolutivi per modelli sempre più complessi. Oggi, un elevato numero di grandi modelli macroeconomici è risolto sotto l'ipotesi di aspettative razionali e anche la teoria del consumatore si è evoluta in tal senso.

Le implicazioni delle aspettative razionali hanno messo in crisi i modelli keynesiani e modificato il modo di pensare alla politica economica⁹⁵. Ad esempio, per quanto riguarda il comportamento di consumo, Robert Hall mostrò che, se i consumatori sono molto lungimiranti, le variazioni del consumo saranno imprevedibili: la migliore previsione del consumo futuro sarà il consumo corrente. Questo risultato fu alquanto sorprendente a quel tempo ma è basato sulla semplice intuizione che consumatori molto lungimiranti cambieranno i loro piani di consumo solo quando apprenderanno qualcosa di nuovo sul futuro; per definizione, tuttavia,

⁹⁵ Per una sintesi efficace degli effetti delle aspettative razionali, si può vedere BLANCHARD (2006), pp. 648-651.

notizie del genere non possono essere previste. Questo comportamento di consumo, noto come *random walk* (sentiero aleatorio), ha costituito il punto di partenza per la ricerca sulla teoria del consumatore lungimirante.

L'equazione di Eulero

L'utilizzo dell'equazione di Eulero nello studio del comportamento di consumo ha costituito un notevole progresso in questo campo di ricerca, in quanto ha permesso di valutare la struttura dei consumi nel tempo. Infatti, la condizione di Eulero è rappresentabile come:

$$\frac{\partial u(C_t)}{\partial C_t} \equiv u'(C_t) = \frac{1+r}{1+\delta} Eu'(C_{t+1}) \quad \text{con } t = 0, 1, 2, \dots, +\infty \quad (5.1)$$

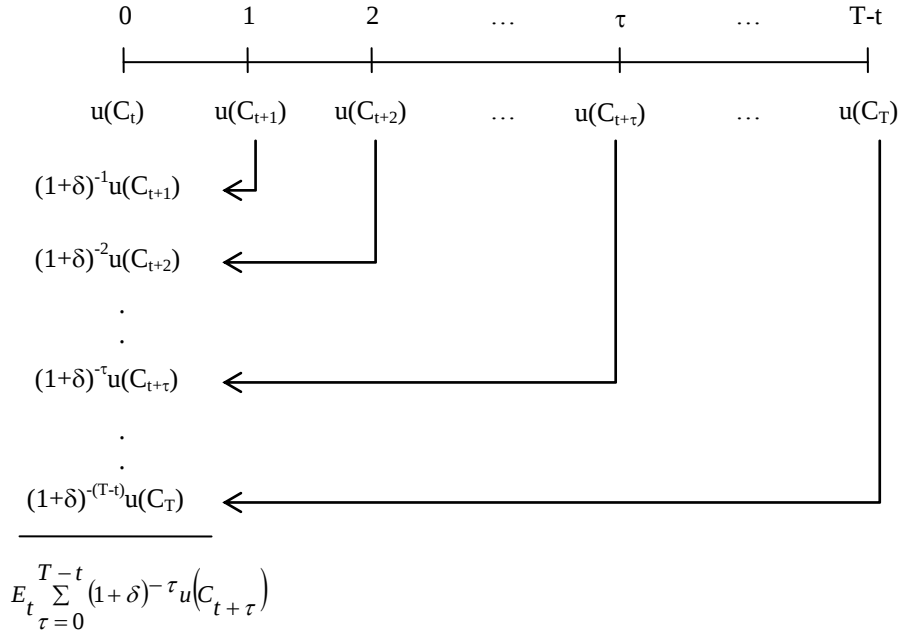
dove $u'(C_t)$ rappresenta l'utilità marginale del consumo valutata al tempo t , r è il tasso di interesse reale (assunto costante nella formulazione originaria di Hall, così come δ), δ il tasso di preferenza intertemporale (nonché il tasso soggettivo di sconto), $Eu'(C_{t+1})$ indica l'utilità marginale attesa al tempo $t+1$.

Questa condizione si deve alla risoluzione del modello di consumo standard di Hall (1978)⁹⁶ che, attraverso la considerazione di assunzioni semplificatrici su durata della vita e preferenze, si propone di massimizzare la seguente funzione di utilità nel corso della vita

$$E_t \sum_{\tau=0}^{T-t} (1+\delta)^{-\tau} u(C_{t+\tau}) \quad (5.2)$$

rappresentabile come segue:

⁹⁶ ROBERT E. HALL, «Stochastic Implication of the Life-Cycle Permanent Income Hypothesis», op. cit.



soggetta al vincolo di bilancio intertemporale⁹⁷

$$\sum_{\tau=0}^{T-t} (1+r)^{-\tau} (C_{t+\tau} - Y_{t+\tau}) = A_t \quad (5.3)$$

dove E_t è l'operatore statistico valore atteso che considera tutta l'informazione disponibile al tempo t (ipotesi di aspettative razionali), T è la durata della vita dell'agente rappresentativo ($T = \infty$ nella formulazione originaria), $u(C_t)$ è la funzione di utilità istantanea dipendente solo dal consumo ed assunta strettamente concava, C_t rappresenta il consumo, Y_t è il reddito e A_t la c.d. «ricchezza non umana».

La funzione Lagrangiana del problema di massimizzazione nel generico periodo t è quindi:

$$L = E_t \sum_{\tau=0}^{T-t} (1+\delta)^{-\tau} u(C_{t+\tau}) - \lambda \left[\sum_{\tau=0}^{T-t} (1+r)^{-\tau} (C_{t+\tau} - Y_{t+\tau}) - A_t \right] \quad (5.4)$$

da cui, sviluppando le condizioni di primo ordine (c.p.o. o *f.o.c.*) per $\tau = 0$ e $\tau = 1$, si ottengono, rispettivamente, la (5.5) e la (5.6) come segue:

⁹⁷ Il vincolo è di immediata comprensione ricordando che $A_t + Y_t - C_t = 0 \Rightarrow C_t - Y_t = A_t$.

$$\begin{aligned}
L | (\tau = 0) &= u(C_t) - \lambda[(C_t - Y_t) - A_t] \\
\frac{\partial [L | (\tau = 0)]}{\partial C_t} &= u'(C_t) - \lambda = 0 \\
u'(C_t) &= \lambda
\end{aligned} \tag{5.5}$$

$$\begin{aligned}
L | (\tau = 1) &= E_t(1 + \delta)^{-1} u(C_{t+1}) - \lambda[(1 + r)^{-1}(C_{t+1} - Y_{t+1}) - A_t] \\
\frac{\partial [L | (\tau = 1)]}{\partial C_{t+1}} &= E_t(1 + \delta)^{-1} u'(C_{t+1}) - \lambda(1 + r)^{-1} = 0 \\
E_t u'(C_{t+1}) &= \frac{1 + \delta}{1 + r} \lambda
\end{aligned} \tag{5.6}$$

e mettendo in relazione la (5.5) e la (5.6) si ricava la ben nota equazione di Eulero per il consumo

$$E_t u'(C_{t+1}) = \frac{1 + \delta}{1 + r} u'(C_t) \quad \Rightarrow \quad u'(C_t) = \frac{1 + r}{1 + \delta} E_t u'(C_{t+1})$$

La (5.1) esprime la relazione tra l'utilità marginale del consumo corrente e quella attesa nel periodo successivo, per ogni periodo di vita ($t = 0, 1, 2, \dots, +\infty$): l'enunciato fondamentale della (5.1) è che l'utilità marginale corrente è uguale all'utilità marginale futura capitalizzata al tasso r ed attualizzata al tasso δ . Dal confronto tra i due tassi, quindi, è possibile ricavare la relazione tra le utilità marginali e, più precisamente, si ha che:

$$\begin{aligned}
r < \delta &\Rightarrow u'(C_t) < E u'(C_{t+1}) \\
r = \delta &\Rightarrow u'(C_t) = E u'(C_{t+1}) \\
r > \delta &\Rightarrow u'(C_t) > E u'(C_{t+1})
\end{aligned}$$

e dato che $u''(C_t) < 0$ si ha, rispettivamente, che

$$\begin{aligned}
C_t &> C_{t+1} \\
C_t &= C_{t+1} \\
C_t &< C_{t+1}
\end{aligned}$$

Da quanto fin qui espresso, si deduce che, nel caso di andamento variabile del consumo nel tempo, l'entità di tale variabilità dipende dalla variabilità dell'utilità marginale dei consumi: una variabilità molto elevata di $u'(C_t)$ implica che i consumi

varieranno lentamente, mentre una debole variabilità di $u'(C_t)$ implica che i consumi varieranno più velocemente.

La (5.1) esprime molto bene l'idea sottostante alla PIH. Sotto certe condizioni, si può arrivare ad una versione della PIH in cui il reddito permanente è definito come la ricchezza totale nel corso della vita. Più precisamente, se il tasso di interesse è uguale al tasso di preferenza intertemporale ($r = \delta$) e non è presente incertezza (formalmente scompare l'operatore E), il consumo sarà costante nel tempo, a patto che le preferenze rimangano invariate. In questo caso possiamo scrivere il consumo come una frazione costante della ricchezza totale, il che fornisce una versione della PIH in cui gli shock transitori sono tutti considerati errori di misurazione.

I modelli “analitici” degli anni sessanta e settanta: nuove implicazioni rispetto alla PIH

Se la rivoluzione delle aspettative razionali e l'equazione di Eulero hanno rappresentato, rispettivamente, un nuovo approccio valutativo del futuro incerto ed una condizione di equilibrio relativa alla struttura temporale dei consumi, migliorando notevolmente la capacità predittiva della PIH, non sembra che il confronto del modello di Friedman con i successivi modelli di *perfect foresight* e *certainty equivalent* possa dare un contributo notevole alla PIH.

In effetti, diverso è il contesto in cui operano i modelli adesso considerati: incertezza – formalizzata attraverso i “windfalls” (le variazioni inattese di reddito) – e considerazione della motivazione precauzionale del risparmio nella PIH, certezza nel *perfect foresight*, assenza di motivazione precauzionale (per la considerazione di una funzione di utilità quadratica) nel *certainty equivalent*.

Le differenze nei metodi risolutivi impiegati derivano poi dal fatto che negli anni cinquanta, quando Milton Friedman scrisse il suo trattato, le tecniche di ottimizzazione dinamica non erano molto impiegate in economia e la teoria dell'utilità non aveva raggiunto il grado di evoluzione dei nostri giorni: la PIH, nella sua versione originaria, si basava più sull'intuizione e su descrizioni plausibili del comportamento degli agenti che non su un modello formale di comportamento derivante esplicitamente da un processo di massimizzazione di una funzione di utilità. Sebbene le predette descrizioni fossero verosimili, quando, negli anni sessanta

e settanta, vennero formulati modelli che consideravano più periodi e che potevano essere risolti esplicitamente, le implicazioni di questi modelli si discostavano fortemente dalla descrizione intuitiva della PIH.

Per validare i nuovi modelli di *perfect foresight* e *certainty equivalent* vennero effettuati dei test empirici, negli anni settanta e ottanta, i cui risultati portarono a rigettare le versioni “mainstream” della PIH a favore dell’ipotesi alternativa che molte famiglie consumano interamente il loro reddito corrente.

Oggi, alla luce dell’affinamento della strumentazione analitica derivante dai progressi in campo matematico, l’originaria analisi di Friedman sembra spiegare meglio dei più recenti modelli analitici il comportamento ottimale di un consumatore moderatamente impaziente, in un contesto in cui l’incertezza dei redditi da lavoro futuri gioca un ruolo sempre più importante. Fa riflettere il fatto che molte evidenze empiriche che fecero rigettare la PIH nei test condotti negli anni 1970-80 confermano, oggi, sia l’originale descrizione di Friedman sia le nuove versioni della PIH con incertezza.

Ci sono diverse importanti differenze tra la PIH del 1957 e i successivi modelli degli anni ’60 e ’70.

Innanzitutto, è utile sottolineare nuovamente l’importanza data da Friedman al risparmio a scopo precauzionale, indotto dall’incertezza sui livelli futuri del reddito da lavoro. Per converso, i modelli successivi si basavano sull’assunzione cruciale che l’incertezza sui redditi da lavoro futuri non avesse alcun effetto sui consumi, o perché si assumeva l’inesistenza dell’incertezza stessa (nel «perfect foresight») o perché la funzione di utilità si considerava avere una forma particolare che escludesse i motivi precauzionali del risparmio (nel «certainty equivalent»). In ogni caso, la differente trattazione dell’incertezza tra la PIH ed i modelli successivi dà luogo a risultati profondamente diversi.

In secondo luogo, Friedman asserì che la sua concezione della PIH implicava una propensione marginale al consumo (MPC) di circa un terzo. Invece, i modelli *perfect foresight/certainty equivalent* implicavano una MPC del 5% o meno.

Un’altra differenza fondamentale riguarda il tasso di sconto del reddito futuro: mentre Friedman considera che gli agenti scontino i propri redditi futuri ad un tasso soggettivo del 33%, i due modelli successivi assumono che il reddito futuro sia scontato ai tassi di interesse di mercato.

Infine, Friedman sostiene che il motivo per cui i redditi da lavoro futuri hanno

poca influenza sul consumo corrente (tanto minore quanto più sono lontani nel tempo) è costituito dalle imperfezioni del mercato dei capitali; i nuovi modelli assumono mercati dei capitali perfetti.

Inoltre, non bisogna dimenticare che la PIH – così come originariamente formulata – prevede consumatori moderatamente impazienti; l'intuizione fondamentale è che il motivo precauzionale del risparmio si intensifica quando la ricchezza diminuisce: consumatori più poveri sono meno capaci di attenuare gli effetti di shock negativi di reddito sul consumo, pertanto in essi la motivazione precauzionale del risparmio è più forte rispetto a consumatori che detengono maggiore ricchezza.

Le nuove analisi condotte sul *precautionary saving* hanno evidenziato che motivazione precauzionale e vincoli di liquidità sono connessi più di quanto si possa credere. Infatti, in molti casi, il comportamento di un consumatore con vincoli di liquidità non viene distinto, all'atto della modellazione, dal comportamento di un consumatore senza vincoli di liquidità ma con motivazione precauzionale: il comportamento del consumatore medio dipende principalmente dal suo grado di impazienza, non dalla presenza o meno di vincoli.

Le caratteristiche dei moderni modelli di consumo

La difficoltà di costruire un modello di consumo basato sulla massimizzazione di una funzione di utilità multiperiodale è attestata dai molti contributi degli anni 1950-70 sull'argomento, a partire da quello di Modigliani e Brumberg del 1954.

I moderni modelli di consumo presentano diverse caratteristiche fondamentali:

- separabilità intertemporale, cioè l'utilità del consumo oggi non dipende dal consumo di altri periodi, passati o futuri; una siffatta funzione di utilità è quella additiva $u_t(C_t, C_{t+1}, C_{t+2}, \dots) = v_t(C_t) + v_{t+1}(C_{t+1}) + v_{t+2}(C_{t+2}) + \dots$ con $v'(C_{t+i}) > 0$, $v''(C_{t+i}) < 0$, $i \geq 0$;
- l'utilità futura è scontata geometricamente, il che si può esprimere dicendo che se l'utilità del periodo $t+1$ vale β unità dell'utilità del periodo t allora l'utilità del periodo $t+2$ varrà β^2 unità dell'utilità nel periodo t e così via, con β compreso tra 0 e 1; questa proprietà è nota come coerenza dinamica. Analiticamente, $v_{t+i}(C_{t+i}) = \beta^i u(C_{t+i})$ con $\beta = (1 + \delta)^{-1}$.

La coerenza dinamica implica la seguente regola di formazione dell'utilità attesa:

$$E_t v_{t+i}(C_{t+i}) = \beta^i E_t u(C_{t+i}).$$

Inoltre, la funzione di utilità deve soddisfare diversi criteri che la rendano plausibile, come l'utilità marginale decrescente e l'avversione assoluta al rischio decrescente all'aumentare della ricchezza.

Infine, il modello deve incorporare una descrizione matematicamente rigorosa di come si evolvono nel tempo redditi e ricchezza.

Una scoperta poco piacevole degli anni 1960-70 fu che, in presenza di incertezza sui livelli futuri dei redditi da lavoro, sembra impossibile (sotto assunzioni plausibili circa la funzione di utilità) derivare una soluzione esplicita per il consumo, che lo renda esprimibile come una funzione diretta dei parametri del modello. Ciò non equivale all'impossibilità di avere informazioni sull'andamento del consumo ottimale in condizioni di incertezza, ma significa semplicemente che non si riesce ad esplicitare la funzione di consumo, anche se potrebbe essere provato, ad esempio, che il consumo aumenta sempre all'aumentare della ricchezza.

Per ovviare a questo problema, gli economisti si sono concentrati su due casi particolari, precedentemente accennati, che permettono di risolvere analiticamente il modello: il «perfect foresight», in cui l'incertezza viene semplicemente eliminata, e il «certainty equivalent», in cui si assume che i consumatori abbiano una funzione di utilità quadratica (nonostante le poco piacevoli implicazioni che ne derivano, come l'avversione al rischio che aumenta all'aumentare della ricchezza e la presenza di un «bliss point» oltre il quale l'extra consumo riduce l'utilità).

Le soluzioni che si ottengono dai due approcci sono molto simili e, volendo qui schematizzarne uno, per quanto riguarda il «perfect foresight model», esso prevede che il livello ottimale di consumo, C_t , sia direttamente proporzionale alla ricchezza totale – la somma della ricchezza non umana, W_t , e della ricchezza umana, H_t –, cioè:

$$C_t = k_t(W_t + H_t) \quad (5.7)$$

dove la t in pedice rappresenta l'indice temporale, W indica la ricchezza finanziaria e immobiliare⁹⁸, H rappresenta prevalentemente il valore attuale dei redditi da lavoro (nella sua originaria versione includeva anche il valore attuale dei trasferimenti ed ogni altro reddito non condizionato alle decisioni di risparmio, il c.d.

⁹⁸ BLANCHARD, cit., pp. 340-341.

«noncapital income»⁹⁹). La costante di proporzionalità, k , dipende dal tasso di preferenza intertemporale, dal tasso di interesse e da altri fattori.

Nel caso più semplice di un consumatore la cui utilità futura eguagli l'utilità corrente ($\beta = 1$), il tasso di interesse sia nullo ($r = 0$) e non sia presente «noncapital income» ($H_t = 0$), il piano ottimale di consumo consiste nel dividere la ricchezza esistente (W_t , a questo punto) uniformemente tra il numero (presunto) di anni di vita rimanenti.

Quando nel modello si introducono tassi di interesse positivi, la MPC diventa piuttosto bassa, generalmente inferiore a 0,05. Questo risultato è, di primo acchito, qualitativamente conforme a quanto affermato da Keynes (1936), anche se nella «Teoria Generale»¹⁰⁰ (lo ricordiamo nuovamente), si fa una precisazione importante: l'aumento dei tassi di interesse dovrebbe indurre a risparmiare di più (e quindi la MPC si abbasserebbe) *se*, ed è qui la puntualizzazione, il reddito rimanesse invariato; ma nel caso in cui il più alto tasso di interesse abbia ripercussioni negative sugli investimenti, il reddito subirà una flessione fino a quando la ridotta possibilità di risparmiare compenserà in misura sufficiente l'incentivo al risparmio dovuto al più alto tasso di interesse¹⁰¹.

Come già detto, una MPC inferiore a 0,05 è fortemente in contrasto con quanto assunto dalla PIH, ma ciò che sorprende è che gli sforzi di Friedman per avvalorare la sua tesi si concentrano nel provare una MPC molto più piccola di 1 (a discredito del modello keynesiano che vuole che il consumo sia approssimativamente uguale al reddito corrente), piuttosto che dimostrare una MPC significativamente più alta di 0,05.

Diversi studi sono stati effettuati sulla propensione marginale al consumo e l'evidenza empirica sembra convergere verso una MPC molto più piccola di 1: alcuni economisti leggono questo dato a sostegno del modello di Friedman mentre altri lo usano per affermare la non validità della PIH per almeno una parte dei consumatori, avendo stimato per essi una MPC che si discosterebbe parecchio da quella predetta dalla PIH.

⁹⁹ CARROLL (2001), p. 6.

¹⁰⁰ JOHN MAYNARD KEYNES, «The General Theory of Employment, Interest and Money», op. cit., *Book III – The Propensity to Consume, Chapter 9 – The Propensity to Consume: II. The Subjective Factors, II.*

¹⁰¹ Riporto testualmente: «The rise in the rate of interest might induce us to save more, if our incomes were unchanged. But if the higher rate of interest retards investment, our incomes will not, and cannot, be unchanged. They must necessarily fall, until the declining capacity to save has sufficiently offset the stimulus to save given by the higher rate of interest».

La concavità della funzione di consumo

L'incertezza genera concavità della funzione di consumo: il primo ad accorgersene – attraverso l'analisi numerica – fu Zeldes (1989)¹⁰², anche se l'idea di una funzione di consumo concava risale almeno alla «Teoria Generale» di Keynes. Tuttavia, versioni standard (ed ampiamente utilizzate) dei modelli di ottimizzazione intertemporale «perfect foresight» e «certainty equivalent» implicano una MPC non correlata al livello di ricchezza familiare.

Carroll e Kimball (1996)¹⁰³ mostrano come la considerazione dell'incertezza sui redditi futuri implichi una funzione di consumo concava nella quale – come suggerito da Keynes – la MPC, «out of wealth or transitory income»¹⁰⁴, diminuisce con il livello di ricchezza.

La regola di consumo è concava quando la funzione di utilità intertemporalmente separabile appartiene alla classe di funzioni che mostrano un'avversione assoluta al rischio iperbolica (HARA) ed una motivazione precauzionale del risparmio positiva, vale a dire quelle funzioni che soddisfano la condizione $u'''u'/[u'']^2 = k > 0$. Le funzioni di utilità più comunemente usate appartengono alla classe HARA: l'utilità quadratica corrisponde al caso limite $k = 0$, quella con avversione assoluta al rischio costante (CARA) mostra $k = 1$, quella con avversione relativa al rischio costante (CRRA) soddisfa $k > 1$.

Carroll e Kimball mostrano che se $k > 0$ – vale a dire, per funzioni di utilità della classe HARA – la funzione di consumo sarà strettamente concava, eccetto che nei casi di *CARA utility* se l'incertezza riguarda i soli redditi da lavoro (non anche i tassi di interesse) e di *CRRA utility* se l'incertezza è legata ai soli tassi di interesse (assenza di incertezza sui redditi da lavoro)¹⁰⁵. Questi casi particolari sono stati ampiamente usati a motivo della loro convenienza analitica (essi conducono ad una funzione di consumo lineare), anche se è fortemente sostenuto l'argomento che essi implicano comportamenti di consumo che si discostano parecchio dal caso generale.

¹⁰² S.P. ZELDES, «Optimal Consumption with Stochastic Income: Deviations from Certainty Equivalence», *Quarterly Journal of Economics*, No. 104, 1989, pp. 275-298.

¹⁰³ CHRISTOPHER D. CARROLL e MILES S. KIMBALL, «On the Concavity of the Consumption Function», *Econometrica*, 64(4), 1996, pp. 981-992.

¹⁰⁴ *Ibidem*, p. 981.

¹⁰⁵ *Ibidem*, p. 983.

Avversione al rischio

Vogliamo rilevare, adesso, l'importanza di considerazioni relative all'avversione al rischio: poiché i mercati non sono completi e gli shock aggregati non assicurabili, questa diventa una questione centrale.

Lo stesso Friedman aveva considerato esplicitamente sia il ruolo delle variabili influenti sulle preferenze – quali la composizione familiare – sia l'incertezza, quando si propose di determinare la propensione media/marginale al consumo. Egli affermò che, in condizioni di incertezza, la APC (sul reddito permanente) potrebbe essere più bassa; inoltre sostenne che la APC potrebbe variare in base alla composizione demografica delle famiglie.

Mentre queste idee non vennero formalizzate nella originaria PIH, esse si rivelarono essere elementi chiave nel dimostrare che alcune versioni generalizzate della PIH stimano molto bene i dati e possono spiegare la struttura osservata dei consumi. Comunque, lo stesso Friedman avvertì sugli errori di misurazione che potrebbero derivare dal considerare, in modo semplicemente intuitivo, gli effetti delle variabili demografiche o di altre variabili utili per la determinazione del reddito permanente.

È utile, a questo punto, considerare un modello, in cui le preferenze di consumo dipendono dalla composizione familiare, che stima molto bene i dati osservati. Può, ad esempio, essere ragionevole pensare che le famiglie più numerose consumino di più. Un altro meccanismo importante da considerare è l'indice dei prezzi; se le famiglie con figli consumano un diverso paniere di beni rispetto alle famiglie senza figli allora il deflatore¹⁰⁶ delle due famiglie potrebbe essere differente.

La specificazione di preferenze quadratiche, usata per mostrare i fondamenti teorici della versione “pura” della PIH, non considera la motivazione precauzionale del risparmio: gli individui si comportano come se conoscessero con certezza la loro ricchezza nel corso della vita, il che è, ovviamente, molto restrittivo. Per considerare i cambiamenti delle preferenze come una funzione delle condizioni finanziarie delle famiglie, modifichiamo la struttura della funzione di utilità in modo da avere una

¹⁰⁶ Il deflatore è un indice dei prezzi costruito come rapporto tra PIL nominale e PIL reale in un dato periodo di tempo. Nel caso di famiglie che consumano beni differenti è più opportuno usare l'indice dei prezzi al consumo. Per ulteriori precisazioni e differenze si veda BLANCHARD (2006), cit. pp. 40-41.

derivata terza positiva $u'''(C) > 0$, condizione che è stata provata chiave per permettere di considerare il «precautionary saving».

Si può rappresentare la maggior parte delle idee di Friedman con un modello in cui la funzione di utilità, date le preferenze, dipende dal coefficiente di avversione al rischio – nonché tasso di sconto – ρ , dalle variabili demografiche (nonché le altre variabili che influenzano le preferenze) Z_t attraverso una funzione di queste variabili $a(Z_t)$ e, naturalmente, dal consumo C_t , come segue:

$$u(C_t | Z_t) = \frac{1}{1-\rho} a(Z_t) C_t^{1-\rho} \quad \text{con } \rho > 0 \quad (5.8)$$

La scelta delle variabili rappresentate con Z_t è, ovviamente, una questione di fondamentale importanza; ad esempio, si potrebbero includere variabili demografiche – quali il numero dei componenti della famiglia, il numero e l'età dei bambini presenti – in quanto tali variabili modificano bisogni e preferenze della famiglia nel corso del tempo.

L'approccio empirico per testare questo modello si basa sull'utilizzo dell'equazione di Eulero¹⁰⁷, che può essere approssimata da

$$\Delta \ln C_t = \theta r_t + \theta(E_{t-1}\sigma_t^2 - \rho) + \beta' \Delta Z_t + \varepsilon_t \quad (5.9)$$

La (5.9) esprime la maggior parte delle intuizioni della PIH e stima molto bene i dati. Secondo questa equazione, la crescita del consumo aumenta quando i tassi di interesse r_t si prevedono elevati; inoltre tale crescita sarà positiva quando la varianza condizionata del consumo σ_t^2 è più alta del tasso soggettivo di sconto ρ (il *trade-off* tra motivazione precauzionale e impazienza). Le altre cause di variazione della crescita del consumo sono cambiamenti nelle variabili che influenzano le preferenze e nell'offerta di lavoro, rappresentate da Z_t . Infine, il termine erratico ε_t riflette le variazioni dovute ad eventi inattesi: questi saranno uguali agli shock permanenti sul reddito e contreranno una frazione molto piccola degli shock transitori, almeno per una persona giovane.

La regressione espressa dalla (5.9) può essere vista come la differenza logaritmica dell'equazione fondamentale della PIH e la sua caratteristica più rilevante è quella di

¹⁰⁷ Per ulteriori specificazioni sui test effettuati e sulle difficoltà di trovare una soluzione esplicita per la funzione di consumo, si può vedere MEGHIR (2004), op. cit., pp. 16-17.

non richiedere una misurazione esplicita del reddito permanente, evitando tutti i problemi connessi ad una siffatta misurazione.

Regimi di attualizzazione nelle funzioni di utilità

Si è detto della classificazione delle funzioni di utilità sulla base del coefficiente di avversione al rischio¹⁰⁸, con particolare riferimento alle funzioni della classe HARA.

Le funzioni di utilità, peraltro, vengono distinte sulla base delle leggi finanziarie impiegate per scontare l'utilità futura: chiameremo queste leggi *regimi di attualizzazione* e ne considereremo i tre più comunemente impiegati.

Il primo regime di attualizzazione è quello esponenziale. Esso è impiegato nella maggior parte dei moderni modelli di consumo per le sue desiderabili proprietà, in particolare l'implicazione di coerenza dinamica delle preferenze. Di esso si è già detto in precedenza e ci si limita, pertanto, a riportarne il fattore di attualizzazione β^t , come segue:

$$\beta^t = \left(\frac{1}{1 + \delta} \right)^t \quad (5.10)$$

dove δ indica sempre il tasso soggettivo di sconto.

Il secondo regime di attualizzazione che considereremo è quello iperbolico. Le preferenze iperboliche riescono a dar conto del gap che è stato riscontrato tra intenzioni ed azioni in numerosi esperimenti empirici. Si è trovato che i tassi di sconto a breve sono molto maggiori di quelli a lunga scadenza: il nostro consumatore sarebbe molto più impaziente nel breve periodo di quanto non lo sia nel lungo. La più generale funzione iperbolicamente scontata pesa eventi della durata di t periodi con un fattore di attualizzazione pari a

$$\left(\frac{1}{1 + \alpha t} \right)^{\gamma / \alpha} \quad \text{con } \alpha, \gamma > 0 \quad (5.11)$$

Tale formulazione mostra una funzione di sconto con un andamento decrescente molto più ripido per periodi brevi rispetto a periodi più lunghi: essa è molto impiegata nella letteratura psicologica. Per catturare questa proprietà qualitativa delle

¹⁰⁸ Inteso, in via generale, come $-u''/u'$ ma considerato sovente, nella letteratura sul consumo ottimo, come $u'''u'/[u'']^2$, per dar conto della motivazione precauzionale del risparmio.

preferenze, Laibson (1997)¹⁰⁹ adottò una funzione di sconto nel discreto con andamento $\{1, \beta\delta, \beta\delta^2, \beta\delta^3, \dots\}$, che Phelps e Pollak (1968)¹¹⁰ avevano già usato per modellare le preferenze intergenerazionali nel tempo.

Il fattore di attualizzazione rappresentato dalla successione

$$\{1, \beta\delta, \beta\delta^2, \beta\delta^3, \dots\} \quad \text{con } \beta, \delta < 1 \quad (5.12)$$

è chiamato quasi-iperbolico e rappresenta il terzo ed ultimo regime di attualizzazione qui considerato. Esso è “iperbolico” solo nel senso che cattura la proprietà qualitativa delle funzioni iperboliche di maggiori tassi di sconto a breve rispetto a quelli a lunga.

È importante rilevare che è proprio la caratteristica qualitativa delle funzioni iperboliche (e quasi-iperboliche) che conduce a preferenze dinamicamente incoerenti: dei regimi di attualizzazione qui riportati, solo quello esponenziale è dinamicamente coerente.

Di seguito, riportiamo la rappresentazione grafica delle tre funzioni di sconto con i seguenti parametri¹¹¹:

- funzione esponenziale, $\beta = 0,944$;
- funzione iperbolica, $\alpha = 4$ e $\gamma = 1$;
- funzione quasi-iperbolica, $\beta = 0,7$ e $\delta = 0,957$.

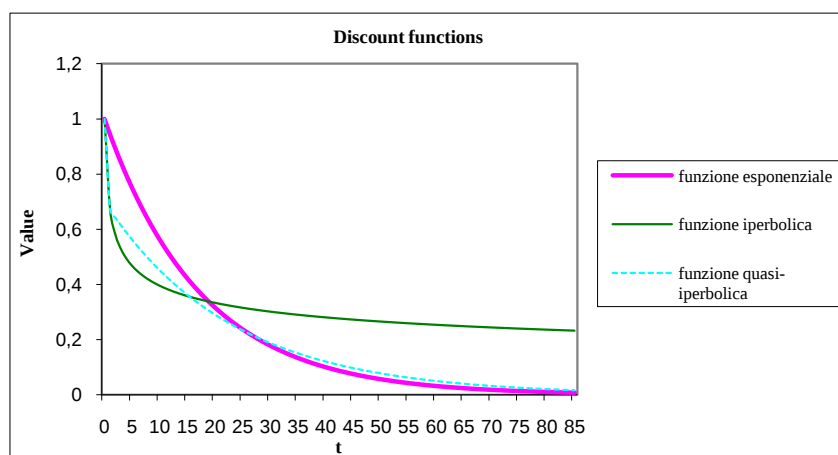


Figura 3 – Funzioni di sconto esponenziale, iperbolica, quasi-iperbolica

¹⁰⁹ DAVID I. LAIBSON, (1997), «Golden Eggs and Hyperbolic Discounting», *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 62, No. 2, pp. 443-478.

¹¹⁰ E.S. PHELPS e R.A. POLLAK (1968), «On Second-Best National Saving and Game-Equilibrium Growth», *Review of Economic Studies*, Vol. 35, pp. 185-199.

¹¹¹ Come in G. ANGELETOS, D. LAIBSON, A. REPETTO, J TOBACMAN, S. WEINBERG (2001), «The Hyperbolic Consumption Model: Calibration, Simulation, and Empirical Evaluation», *JEP*, Vol. 15, No. 3, 2001, p. 51.

Capitolo 6 – L'effetto dell'abbandono delle assunzioni semplificatrici nella LCH

Abbiamo esposto nel capitolo precedente le differenze tra la PIH ed i modelli analitici degli anni sessanta e settanta: l'impressione che si coglie da quanto affermato è che la considerazione dell'incertezza sui redditi e della motivazione precauzionale del risparmio – anche se all'interno di un modello “intuitivo” (quale la PIH, almeno in origine) – è più utile dei modelli multiperiodali che non prendono in considerazione tali elementi – anche se analiticamente risolvibili – nel predire l'effettivo comportamento di consumo e risparmio.

Un'altra osservazione che è opportuno ricordare riguarda l'altro modello di consumo imperniato sul concetto di reddito permanente/risorse vitali, la LCH: se ci si pone l'obiettivo di costruire un modello con considerazione esplicita dei lasciti, appurato che l'impianto teorico della LCH si presta più di qualsiasi altro modello di consumo a tale scopo, è utile verificare che le implicazioni della LCH di base – come illustrate nel quarto capitolo – rimangano valide facendo cadere le assunzioni semplificatrici del modello originario. Osservata la permanenza della validità di tali implicazioni (di notevole rilevanza dal punto di vista macroeconomico), ed affrontato teoricamente (nella terza sezione) il tema del ruolo dei lasciti nel ciclo di vita, giungiamo alla seguente considerazione (che già anticipiamo): è meglio costruire un modello sull'impianto teorico dell'ipotesi del ciclo vitale, che riesce a dar conto in misura più appropriata dei lasciti ereditari.

Rivisitando la sua ipotesi del ciclo vitale (LCH) dopo poco più di venti anni¹¹² dalla pubblicazione di «Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data»¹¹³, Modigliani ricorda le motivazioni che spinsero i due autori alla formulazione del nuovo modello negli anni cinquanta. Tali motivazioni erano legate all'insoddisfazione sulla «natura dell'impostazione della

¹¹² F. MODIGLIANI, «The Life Cycle Hypothesis of Saving Twenty Years Later», Manchester, in *Contemporary Issues in Economics*, a cura di Parkin e A.R. Nobay, Manchester University Press, 1975. Trad. it. in «Mercato del lavoro, distribuzione del reddito e consumi privati», a cura di F. Modigliani e E. Tarantelli, Bologna, Il Mulino, 1975.

¹¹³ F. MODIGLIANI e R. BRUMBERG, «Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data», op. cit.

analisi del consumo e del risparmio che era generalmente accolta negli ultimi anni quaranta e nei primi anni cinquanta»¹¹⁴.

Criticando per un verso la *legge psicologica* di Keynes – derivante dalla «nostra conoscenza della natura umana e dai fatti dettagliati dell'esperienza»¹¹⁵ –, apprezzando per altro verso i numerosi riferimenti della «Teoria Generale» nei capitoli VIII e IX al ruolo delle aspettative di reddito¹¹⁶, della ricchezza¹¹⁷ e della funzione di risparmio¹¹⁸ nella riallocazione delle risorse nel tempo, Modigliani constata che l'analisi del risparmio era di natura essenzialmente empirica e «tendeva ad essere inserita in uno schema statico che oggi sarebbe difficile da credere»¹¹⁹.

Non appariva realistica neppure la considerazione del risparmio come un bene nel quale il consumatore potesse impiegare il proprio reddito né sembrava condivisibile il «consenso universale sul fatto che il risparmio fosse un bene “superiore”, tale cioè che l'ammontare acquistato dovrebbe crescere all'aumentare del reddito [quindi, dato $S = S(Y)$, si avrebbe $dS/dY > 0$], nonché un accordo abbastanza generale sul fatto che esso fosse in realtà un “bene di lusso”, l'acquisto del quale dovrebbe crescere in modo proporzionalmente più rapido rispetto all'aumento del reddito [cioè $d^2S/dY^2 > 0$]]»¹²⁰.

Inoltre, la natura empirica degli studi sul risparmio e la particolarità dello stesso risparmio di poter essere anche negativo (aspetto che dovrebbe far sorgere qualche perplessità sulla sua presunta natura di “bene”) aveva convinto molti economisti ad accettare che la funzione lineare del risparmio individuale potesse avere una

¹¹⁴ F. MODIGLIANI, «L'ipotesi del ciclo vitale del risparmio venti anni dopo», traduzione riportata in «Consumo, risparmio, finanza», saggio 4, p. 173, Bologna, *Il Mulino*, 1992.

¹¹⁵ J.M. KEYNES, «The General Theory of Employment, Interest and Money», op. cit., trad. it., «Teoria generale dell'occupazione, dell'interesse e della moneta», Torino, *Einaudi*, 1947. Citazione tratta dal libro III, cap. 8, III, nell'ambito della definizione della «legge psicologica fondamentale».

¹¹⁶ Ad esempio, *ibidem*, cap. VIII: «[...] in some circumstances we may have to make an allowance for the possible reactions on aggregate consumption of the change in the distribution of a given real income between entrepreneurs and rentiers resulting from a change in the wage-unit».

¹¹⁷ Ad esempio, *ibidem*, cap. VIII: «The consumption of the wealth-owning class may be extremely susceptible to unforeseen changes in the money-value of its wealth».

¹¹⁸ Ad esempio, *ibidem*, cap. VIII: «It has long been recognised, however, that the total effect of changes in the rate of interest on the readiness to spend on present consumption is complex and uncertain, being dependent on conflicting tendencies, since some of the subjective motives towards saving will be more easily satisfied if the rate of interest rises, whilst others will be weakened».

Dal cap. IX: «The rise in the rate of interest might induce us to save more, if our incomes were unchanged».

¹¹⁹ F. MODIGLIANI, «L'ipotesi del ciclo vitale del risparmio venti anni dopo», cit., p. 174.

¹²⁰ *Ibidem*, p. 174.

considerevole intercetta negativa. Quest'ultima considerazione sottintendeva una funzione lineare del risparmio aggregato avente intercetta negativa ed implicava un risparmio negativo al di sotto del cosiddetto “reddito di pareggio” ed un risparmio positivo al di sopra del predetto livello critico di reddito.

Graficamente, essendo S il risparmio aggregato, Y il reddito aggregato e Y^* il reddito di pareggio, si avrebbe la seguente semplice funzione di risparmio aggregato:

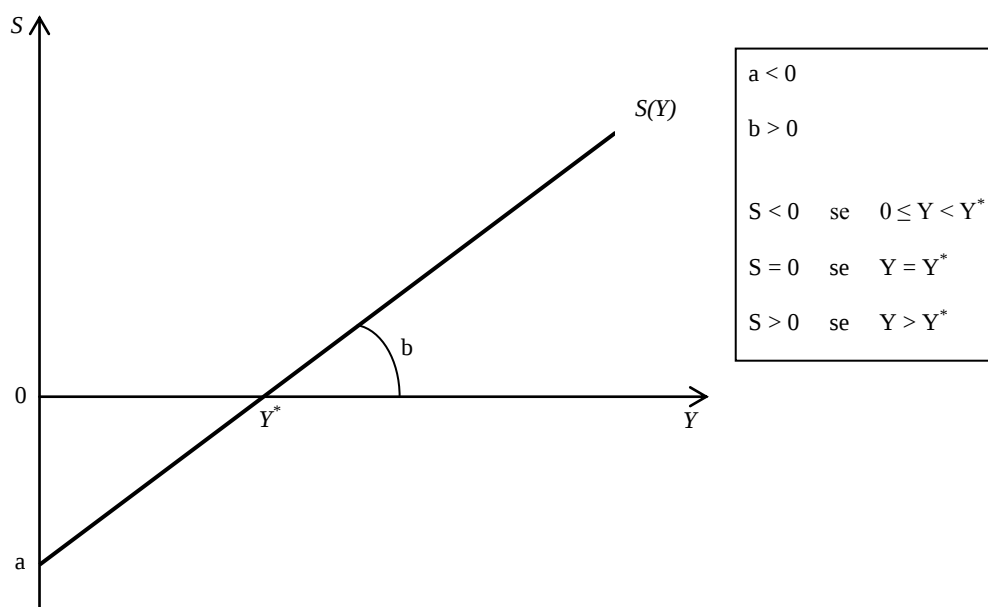


Figura 4 – La funzione lineare del risparmio aggregato con intercetta negativa

Una funzione del risparmio aggregato con una forte intercetta negativa, anche se apparentemente convalidata dai dati (se non da essi suggerita), poneva notevoli difficoltà logiche legate al fatto che durante la fase di progressione del reddito verso il suo livello di pareggio non sarebbe stato possibile accumulare alcuno stock di capitale (in quanto si faceva costantemente risparmio negativo!), «per non parlare del problema di come un paese possa avere risparmi negativi se in precedenza non ha avuto risparmi positivi»¹²¹.

Le difficoltà logiche appena evidenziate furono confermate dai risultati di Kuznets¹²², che mostrò chiaramente che il rapporto tra risparmio e reddito (il c.d. *saving ratio*) non era variato molto dalla metà del XIX secolo, a dispetto del rilevante

¹²¹ *Ibidem*, p. 175.

¹²² S. KUZNETS, «Uses of National Income in Peace and War», *National Bureau of Economic Research Occasional Paper* 6, marzo 1942.

aumento del reddito pro capite. Tale rapporto si era quindi mantenuto stabile nel lungo periodo e comunque mancava una sistematica associazione tra esso ed il reddito reale, aggregato o pro capite.

In un articolo pionieristico del 1947, Brady e Friedman¹²³ riconciliarono i risultati di Kuznets con l'evidenza – derivante dai dati dei bilanci familiari – di una forte associazione tra il tasso di risparmio ed il reddito delle famiglie. Essi mostrarono che la funzione di consumo, costruita sulla base dei dati relativi ai redditi familiari, si spostava verso l'alto nel tempo seguendo l'incremento del reddito medio, in modo tale che il tasso di risparmio appariva essere una funzione crescente non già del reddito assoluto della famiglia ma del suo reddito relativo, inteso come rapporto tra reddito assoluto e reddito medio complessivo.

Furono proprio i risultati di Kuznets e Brady-Friedman che suggerirono le prime significative modifiche alla semplice funzione lineare del consumo in due lavori indipendenti di Duesenberry¹²⁴ e Modigliani¹²⁵, apparsi entrambi nel 1949. Lo stesso Modigliani precisa, però, che questi articoli erano «ancora in linea con la tradizione empirica del precedente periodo»¹²⁶.

In entrambi gli articoli veniva suggerito che il consumo (C) potesse essere espresso come funzione omogenea del reddito corrente (Y_t) e del massimo reddito precedentemente raggiunto ($\overset{\circ}{Y}$), ovvero che «la quota del risparmio $[S/Y_t]$ sia una funzione lineare decrescente del rapporto tra il massimo reddito precedente $\overset{\circ}{Y}$ e il reddito corrente Y_t »¹²⁷. Le due proposizioni sono equivalenti in quanto dalla definizione di omogeneità del consumo rispetto al reddito corrente e al massimo reddito passato, $C(\lambda Y_t, \lambda \overset{\circ}{Y}) = \lambda^r C(Y_t, \overset{\circ}{Y})$, assumendo che la funzione di consumo sia omogenea di grado 1 e lineare nei suoi argomenti, ovvero sia $C = \alpha Y_t + \beta \overset{\circ}{Y}$, si ottiene che la quota di risparmio S/Y_t è uguale a $1 - \alpha - \beta \overset{\circ}{Y}/Y_t$ (con i coefficienti α

¹²³ D.S. BRADY e R.D. FRIEDMAN, «Saving and the Income Distribution», op. cit.

¹²⁴ J.S. DUSENBERRY, «Income, Saving and the Theory of Consumer Behavior», Harvard, 1949.

¹²⁵ F. MODIGLIANI, «Fluctuations in the Saving-Income Ratio: A Problem in Economic Forecasting», in *National Bureau of Economic Research, Studies in Income and Wealth*, Princeton, N.J., 1949, vol. IX.

¹²⁶ F. MODIGLIANI, «L'ipotesi del ciclo vitale del risparmio venti anni dopo», cit., p. 176.

¹²⁷ *Ibidem*, p. 177.

e β compresi tra 0 e 1)¹²⁸.

Una differenza di prospettiva che può essere colta tra i due lavori di Duesenberry e Modigliani è che il primo si concentra su un comportamento individuale di consumo basato sugli effetti di imitazione (l'argomento *keeping up with the Joneses*, secondo il quale «il rapporto individuale consumo-reddito dipenderebbe dal reddito relativo piuttosto che da quello assoluto»¹²⁹), mentre Modigliani pone maggiormente l'attenzione sul «fatto che, in un'economia caratterizzata da uno sviluppo stabile di lungo periodo, il rapporto $\dot{Y}/Y_t$ possa essere considerato un buon indicatore delle condizioni cicliche»¹³⁰, sulla base di considerazioni che facevano supporre l'andamento pro-ciclico del tasso di risparmio¹³¹.

L'assunzione, tipicamente microeconomica, di Duesenberry sulla dipendenza del consumo (individuale) dal reddito relativo (oltre che dal reddito corrente) venne ripresa da Brown¹³² e modificata suggerendo la sostituzione del massimo reddito precedente con il massimo consumo precedente.

Quella che, a questo punto, venne definita come "l'ipotesi Duesenberry-Modigliani-Brown" non necessariamente riusciva a spiegare il livello di lungo periodo intorno al quale fluttua ciclicamente la quota di risparmio. Una spiegazione alternativa dell'associazione tra la quota del risparmio ed il reddito relativo fu fornita da un lavoro di Margaret Reid¹³³, apparso poco dopo il libro di Duesenberry: ella suggerì che il consumo dipendesse dal reddito normale o «permanente», piuttosto che dal reddito corrente. Quest'ultimo contributo costituì un'importante fonte di ispirazione sia per l'ipotesi del reddito permanente (PIH) di Friedman¹³⁴ sia per

¹²⁸ L'espressione di S/Y_t è ricavata come segue: da $C = \alpha Y_t + \beta \dot{Y}$, sottraendo a sinistra ad ambo i membri il reddito corrente Y_t e ricordando che $S = Y_t - C$, si ha $S = (1 - \alpha)Y_t - \beta \dot{Y}$, che implica, dividendo ambo i membri per Y_t , $S/Y_t = 1 - \alpha - \beta \dot{Y}/Y_t$. Quindi S/Y_t è una funzione lineare decrescente di $\dot{Y}/Y_t$ con intercetta $1 - \alpha$ e coefficiente angolare $-\beta$.

¹²⁹ *Ibidem*, p. 176.

¹³⁰ *Ibidem*, p. 177.

¹³¹ Usando la consueta simbologia ed ipotizzando un aumento del reddito, la considerazione sulla ciclicità della quota di risparmio passa attraverso il tasso di disoccupazione e il consumo dei disoccupati come segue: $\uparrow Y \rightarrow \downarrow u \rightarrow \downarrow C/Y \rightarrow \uparrow S/Y$.

¹³² T.M. BROWN, «Habit Persistence and Lags in Consumer Behavior», op. cit.

¹³³ M.G. REID, «The Relation of the Within-Group Permanent Component of Income to the Income Elasticity of Expenditures», op. cit.

¹³⁴ M. FRIEDMAN, «A Theory of the Consumption Function», op. cit.

l'*ipotesi del ciclo vitale* (LCH) di Modigliani-Brumberg¹³⁵, che nasce proprio dal tentativo di «costruire, sulla base della nota teoria della scelta del consumatore nel tempo à la Fisher¹³⁶ e di un insieme minimo di postulati plausibili, un modello unificato del consumo e del risparmio che fosse in grado di spiegare e di integrare tutti gli elementi sia microeconomici che macroeconomici citati sopra e che potesse, a sua volta, condurre a nuove e verificabili implicazioni»¹³⁷.

Poiché siamo interessati alle implicazioni della LCH, facciamo cadere le assunzioni semplificatrici della versione di base al fine di osservarne gli effetti quando consideriamo elementi di incertezza su alcune variabili rilevanti.

Come mostrato in Modigliani-Brumberg (1979), la maggior parte delle assunzioni semplificatrici può essere sostituita da assunzioni più realistiche senza che ciò cambi la natura dei risultati e, in particolare, la validità delle implicazioni da 1 a 5 della versione di base.

Riportiamo di seguito le sei implicazioni del modello originario di Modigliani e analizziamo, quindi, gli effetti dell'abbandono di alcune assunzioni semplificatrici, considerando – una alla volta – assunzioni più aderenti alla realtà.

Nell'ultima parte del capitolo, poi, riporteremo la modalità impiegata per estendere la LCH in modo che essa possa includere anche considerazioni di incertezza: l'utilizzo di una particolare funzione di utilità serve a questo scopo.

Dopo aver trattato, nei due capitoli di questa sezione, il ruolo dell'incertezza nei due modelli alla cui base sta il concetto di reddito permanente/risorse vitali, ci occuperemo, nella terza sezione, del ruolo dei lasciti ereditari, onde considerare congiuntamente incertezza e lasciti nell'ultima sezione.

¹³⁵ F. MODIGLIANI e R. BRUMBERG, «Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data», op. cit.,

F. MODIGLIANI e R. BRUMBERG, «Utility Analysis and Aggregate Consumption Function: An Attempt at Integration», op. cit.

¹³⁶ I. FISHER, «The Theory of Interest», op. cit.

¹³⁷ F. MODIGLIANI, «L'ipotesi del ciclo vitale del risparmio venti anni dopo», cit., p. 178.

Implicazioni della LCH di base

Esse, come illustrato nel quarto capitolo, sono:

1. il tasso di risparmio di un paese è interamente indipendente dal suo reddito pro-capite;
2. tassi di risparmio nazionale differenti sono coerenti con un identico comportamento individuale del ciclo di vita;
3. tra paesi con identico comportamento individuale, il tasso di risparmio aggregato sarà più elevato nel paese la cui economia fa registrare un tasso di crescita di lungo periodo più alto; esso sarà nullo nel caso di crescita zero;
4. il rapporto ricchezza-reddito è una funzione decrescente del tasso di crescita, quindi è massimo nel caso di crescita zero;
5. un'economia può accumulare uno stock molto grande di ricchezza rapportata al reddito anche in assenza di lasciti ereditari;
6. il principale parametro che controlla il rapporto ricchezza-reddito e il tasso di risparmio per una data crescita è la durata media del periodo di pensionamento.

Assunzioni più realistiche

Tassi di interesse non nulli

Considerare un tasso di interesse positivo ($r > 0$) produce due effetti.

Il primo effetto è generato sul reddito, poiché occorre distinguere tra redditi da lavoro (Y^L), redditi da proprietà (Y^P) – i cui componenti permanenti possono essere approssimati da rW – e reddito totale (Y). In particolare, il reddito totale è dato dalla somma dei primi due, cioè

$$Y = Y^L + Y^P = Y^L + rW \quad (6.1)$$

Se continuiamo ad assumere un reddito da lavoro costante fino al pensionamento, allora l'andamento del sentiero di reddito rappresentato in figura 2, che si riporta di seguito per facilitare la lettura, rimane invariato; il sentiero di consumo, invece, cambia in virtù degli effetti di reddito e sostituzione: l'aggiunta di rW ha aumentato il reddito rispetto al caso di un tasso di interesse nullo¹³⁸ ma, al contempo, $r > 0$

¹³⁸ Mentre con $r=0$ si ha $Y=Y^L$, con $r>0$ si ha $Y=Y^L+rW$ quindi $Y|r>0 > Y|r=0$.

aumenta il costo opportunità del consumo corrente in termini di consumo futuro.

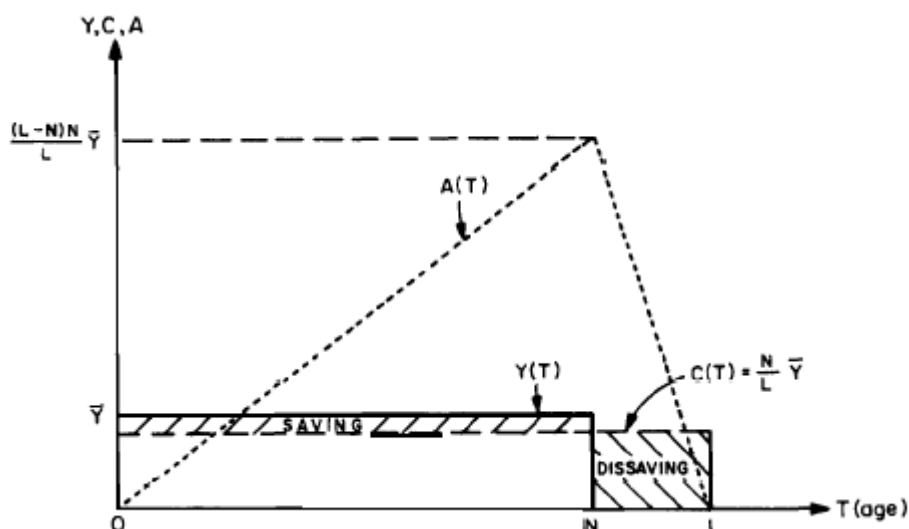


Figura 2 – Reddito, consumo, risparmio e ricchezza in funzione dell'età nella LCH di base

È possibile che il consumatore scelga ancora un tasso di consumo costante nel corso della vita (se l'elasticità di sostituzione¹³⁹ tra consumo presente e consumo futuro è nulla). In questo caso, in figura 2, il sentiero di consumo sarà ancora rappresentato da una retta orizzontale, ma questa si collocherà ad un livello più alto del precedente a causa dell'effetto reddito positivo generato da rW . Di nuovo, il risparmio sarà la differenza tra reddito e consumo (graficamente, l'area compresa tra le due rette $Y(T)$ e $C(T)$). Il reddito, come si è detto, differirà da quello della versione di base di un addendo positivo (pari a rW), che è proporzionale a W . Come risultato, il sentiero della ricchezza $A(T)$ devierà da quello tracciato in figura 2 e, in particolare, l'area globale sotto il nuovo sentiero diminuirà sempre più all'aumentare di r ¹⁴⁰. Ciò significa che W e, *a fortiori*, $w \equiv W/Y$ diminuiranno all'aumentare di r .

Se facciamo cadere l'assunzione semplificatrice di un effetto di sostituzione nullo, poiché il consumo corrente sarà più "costoso" relativamente al consumo futuro,

¹³⁹ L'elasticità di sostituzione può essere interpretata come la reattività della struttura dei consumi ai prezzi relativi di due beni (che, in questo caso, sono consumo presente e consumo futuro). Per una definizione rigorosa e qualche esempio, si rinvia a CHIRCO A. e SCRIMITORE M. (2001), pp. 87 ss.

¹⁴⁰ Naturalmente, questo risultato è certamente vero perché abbiamo isolato il solo effetto di reddito generato da un $r > 0$ (stiamo considerando un effetto di sostituzione nullo!).

avremo un sentiero di consumo che partirà ad un livello più basso ma aumenterà esponenzialmente: i risparmi saranno dapprima molto consistenti, poi si assottiglieranno con l'avanzare dell'età sino a diventare negativi durante il periodo di pensionamento; la ricchezza, conseguentemente, dapprima crescerà molto velocemente, poi continuerà a crescere più lentamente sino al pensionamento onde comincerà a decrescere piuttosto lentamente.

Il ciclo vitale dei guadagni e della dimensione familiare

Il reddito da lavoro medio, in realtà, è ben lungi dall'essere costante nel tempo; la sua struttura, solitamente, presenta una accentuata forma ricurva con picchi nell'età matura, onde poi diminuire (anche se questa riduzione è mitigata dalla percezione dei redditi da pensione) ma non raggiunge mai quota zero, nonostante cada velocemente dopo i 65 anni.

Comunque, anche il consumo varia con l'età, riflettendo largamente le variazioni nel numero dei componenti della famiglia, come ci si potrebbe aspettare se il consumatore uniformasse il consumo «per equivalent adult».

Occorre considerare che il ciclo vitale della dimensione familiare, almeno negli Stati Uniti, ha una forma a gobba molto accentuata, simile a quella del reddito, sebbene con picchi ad età inferiori. Come risultato ci si potrebbe attendere – e generalmente si riscontra effettivamente – un tasso di risparmio piuttosto costante nel gruppo delle persone mature, mentre si trova un risparmio più basso – o anche un risparmio negativo – in età molto giovane o anziana; pertanto la ricchezza di una data generazione tende ad essere massima intorno ai 60-65 anni.

È anche utile notare che l'evidenza disponibile supporta la predizione della LCH che l'ammontare di ricchezza netta accumulata ad ogni età in relazione alle risorse vitali è una funzione decrescente del numero di figli, che il risparmio tende a ridursi con il numero di figli presenti in famiglia e ad aumentare con il numero di figli non più presenti.

Durata del periodo lavorativo e di quello in quiescenza

Si potrebbe far cadere l'assunzione che la durata del periodo di pensionamento sia costante; in effetti, se l'età alla quale si entra in quiescenza può essere nota sulla base

delle leggi vigenti e delle preferenze personali, altrettanto non può dirsi della durata dell'intero periodo pensionistico, non essendo noto il termine finale, *alias* la data del decesso. Come si evince dalla figura 2, un più lungo periodo di pensionamento fa aumentare il picco della ricchezza, incrementando il rapporto ricchezza-reddito e il tasso di risparmio¹⁴¹. Ciò non ha alcuna influenza sulla validità delle implicazioni da 2 a 6 ma potrebbe invalidare la 1. È possibile, infatti, che, in un'economia con produttività più elevata (e, quindi, con un più alto reddito pro-capite), le famiglie possano preferire di lavorare per meno anni¹⁴²; questa scelta condurrà ad un tasso di risparmio nazionale più elevato. Occorre notare, però, che un aumento della produttività innalza il costo opportunità di un anno aggiuntivo di quiescenza in termini di beni di consumo, fornendo un incentivo a periodi di pensionamento più brevi (il che, praticamente, si traduce nel ritardare il pensionamento).

Oltre al reddito, qualsiasi altra variabile che influenzi la durata del pensionamento potrebbe, attraverso questo canale, influenzare anche il risparmio. Una tal variabile potrebbe essere, ad esempio, il sistema pubblico di previdenza sociale. Diversi studi hanno mostrato che la previdenza sociale può incoraggiare il pensionamento anticipato: essa tende ad aumentare il risparmio (poiché, a causa del pensionamento anticipato, si è accumulata una minore ricchezza a gobba), sebbene questo effetto possa essere compensato dalla riduzione dell'accumulazione privata finalizzata ad assicurarsi un dato livello di redditi da pensione.

Vincoli di liquidità

Imperfezioni nel mercato del credito ed incertezza sui redditi futuri possono, in qualche misura, ostacolare le famiglie nel prendere a prestito ciò di cui avrebbero bisogno per realizzare il piano ottimale dei consumi in modo non vincolato. Questi vincoli producono l'effetto generale di rinviare al futuro i consumi ed aumentare il *saving ratio* e il *wealth-income ratio*, ma essi non generano modifiche importanti

¹⁴¹ Un aumento di $M=L-N$ fa aumentare, *ceteris paribus*, il *dissaving* e quindi deve generare un aumento equiproportionale del *saving*, cioè – a parità di Y – si registra una riduzione di C , un aumento del risparmio e della ricchezza (e, *a fortiori*, dei rispettivi tassi di risparmio e ricchezza-reddito).

¹⁴² Questo comportamento viene generalmente giustificato con l'utilità marginale decrescente del reddito per livelli di reddito più elevati e, conseguentemente, con la preferenza per il tempo libero a livelli sufficientemente alti di reddito.

sulla validità delle implicazioni (almeno a livello aggregato), al contrario, contribuiscono ad assicurare che la crescita della produttività genererà un aumento del tasso di risparmio (perché aumenta il costo opportunità del pensionamento anticipato in termini di beni di consumo). Comunque, significativi vincoli di liquidità potrebbero influenzare, dal punto di vista quantitativo, certe conclusioni specifiche relative alle implicazioni politiche di breve periodo del modello, quali quelle inerenti agli effetti dei tentativi di restringere (o stimolare) la domanda attraverso la tassazione più (o meno) pesante dei componenti transitori di reddito (ad esempio mediante una variazione dell'aliquota di imposta per i redditi soggetti a tassazione separata).

Miopia

La LCH presuppone un sostanziale grado di razionalità ed autocontrollo al fine di provvedere ad assicurarsi le risorse necessarie per il consumo in età avanzata.

È stato affermato¹⁴³ che le famiglie – anche se uniformano il proprio consumo nel tempo – potrebbero essere troppo miopi per mettere da parte risorse adeguate per il consumo futuro. Nell'ipotesi in cui questa critica fosse valida, essa influenzerebbe il rapporto ricchezza-reddito nella direzione opposta rispetto a quella dell'effetto dei vincoli di liquidità: mentre i vincoli di liquidità aumentano il *wealth income ratio*, la miopia riduce tale rapporto perché la ricchezza si attesterebbe su livelli inferiori. Comunque, gli effetti di cambiamenti transitori di reddito, qualunque sia la fonte di provenienza, influenzano risparmio e ricchezza nella stessa direzione (positivamente se positivi, negativamente se negativi).

Questa paventata miopia non trova, però, riscontro empirico. La ricchezza detenuta al picco del ciclo vitale è stata riscontrata essere un multiplo sostanziale del reddito medio (dell'ordine di 5, almeno per gli Stati Uniti) e un multiplo di ordine ancora più elevato del reddito permanente. Tale multiplo sembra ampiamente coerente con il mantenimento dello stesso livello di consumo anche dopo il pensionamento.

¹⁴³ SHEFRIN, H.M. e R. THALER (1985), «Life Cycle Vs. Self-Control Theories of Saving: A look at the evidence», *Unpublished paper*.

LCH in condizioni di incertezza: ulteriori estensioni del modello

Nella LCH originaria si assume di conoscere con certezza i redditi da lavoro futuri, il tasso di rendimento del patrimonio e la lunghezza della vita. In realtà, le variabili appena citate presentano elementi di incertezza talvolta legati alla loro stessa natura: occorre ragionare, pertanto, in termini di valori attesi piuttosto che di valori noti con certezza.

La considerazione dell'incertezza nella LCH si è risolta nel senso di combinare il «modello del ciclo vitale con la teoria, in termini di utilità attesa, delle scelte in condizioni di incertezza»¹⁴⁴, ipotizzando che «il consumatore scelga il consumo corrente e l'allocazione del suo patrimonio netto tra attività (e passività) alternative in modo da massimizzare l'utilità attesa del consumo nel corso della vita»¹⁴⁵.

Quando si è estesa l'analisi al caso multiperiodale, per addivenire a risultati concreti si sono adottate ipotesi restrittive sulla natura della funzione di utilità: è stato assunto che la funzione di utilità (cardinale, a questo punto) fosse «additiva» (ad

esempio $U(C_1, C_2, \dots, C_L) = \sum_{t=1}^L U(C_t)(1 + \tilde{\rho})^{-t}$ nel tempo discreto oppure

$\int_0^L U\{C(t)\}e^{-\rho t} dt$ nel tempo continuo). Si è trovato, quindi, che «la sola funzione cardinale additiva di utilità che soddisfa il postulato di omogeneità di Modigliani-Brumberg è la formula potenziale $U(C) = AC^\gamma$ (inclusa come caso limite la forma logaritmica) che implica un'avversione relativa al rischio costante $1 - \gamma$ (con $\gamma < 1$ in modo da assicurare l'avversione al rischio)»¹⁴⁶.

Per quanto riguarda, poi, l'indice di avversione relativa al rischio (ρ) sotteso alla forma potenziale della funzione di utilità, è facile notare che esso è costante e pari a $1 - \gamma$. Tale indice, infatti, si ricava dal prodotto tra il consumo (C) e l'opposto del rapporto tra le derivate seconda e prima della funzione di utilità ($-U''/U'$, che rappresenta, a sua volta, l'indice di avversione assoluta al rischio), ovvero è uguale a $-CU''/U'$.

La derivata prima di $U(C) = AC^\gamma$ è $U'(C) = A\gamma C^{\gamma-1}$ e rappresenta l'utilità

¹⁴⁴ F. MODIGLIANI, «L'ipotesi del ciclo vitale del risparmio venti anni dopo», cit., p. 179.

¹⁴⁵ *Ibidem*, p. 180.

¹⁴⁶ *Ibidem*, p. 180.

marginale del consumo; per $0 < \gamma < 1$ si ha $U'(C) > 0$, cioè l'utilità marginale del consumo è sempre positiva (il teorema di non sazietà è quindi soddisfatto) anche se via via decrescente.

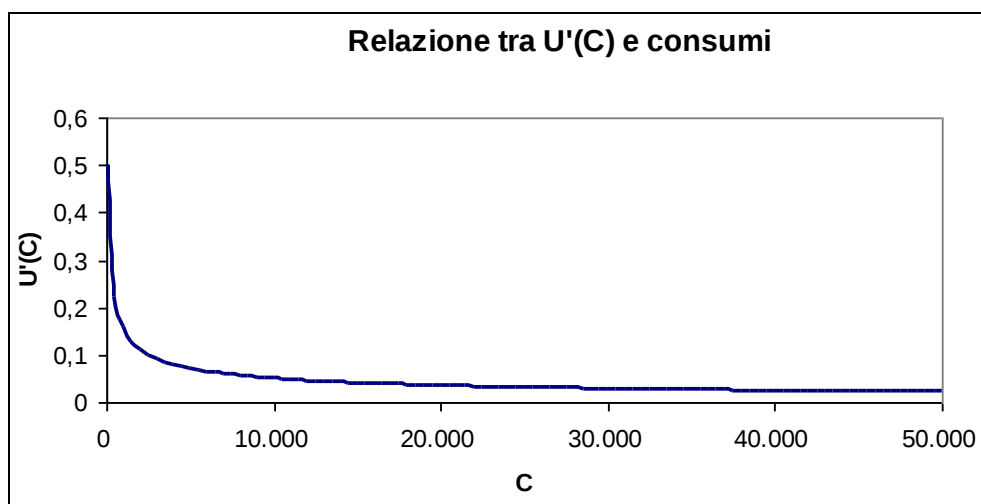


Figura 5 - La decrescenza di $U'(C)$ nella funzione di utilità $U(C)=AC^\gamma$ ($A=10$; $\gamma=0.5$)

La derivata seconda di $U(C)=AC^\gamma$ è $U''(C)=A\gamma(\gamma-1)C^{\gamma-2}$ e rappresenta l'avversione al rischio in quanto essa è negativa (γ è stato assunto positivo e strettamente minore di 1 proprio per assicurare avversione – e non propensione o indifferenza – al rischio).

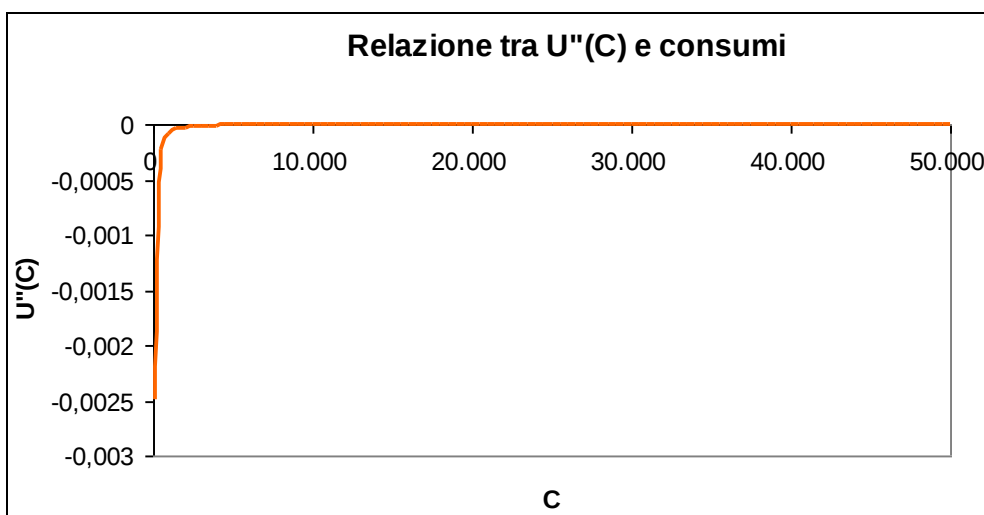


Figura 6 - La negatività di $U''(C)$ nella funzione di utilità $U(C)=AC^\gamma$ ($A=10$; $\gamma=0.5$)

A questo punto è immediato calcolare che l'indice di avversione relativa al rischio

(ρ) è pari a $1-\gamma$, è naturalmente positivo (per assunzione) ed anche, in questo caso, indipendente dal livello dei consumi.

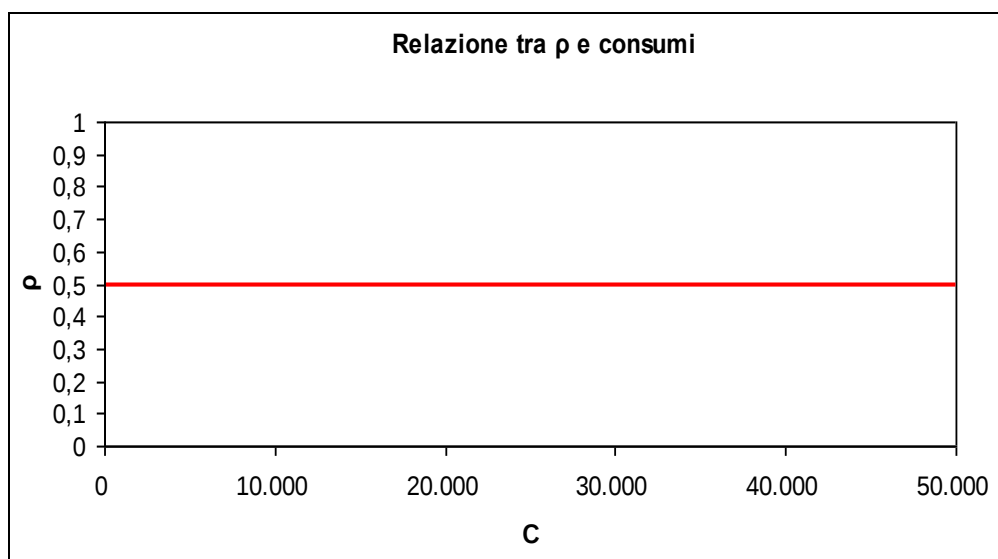


Figura 7 - La costanza dell'indice di avversione relativa al rischio rispetto al livello dei consumi nella funzione di utilità $U(C)=AC^\gamma$ ($A=10$; $\gamma=0.5$)

La considerazione della funzione di utilità cardinale additiva $U(C)=AC^\gamma$, con $0 < \gamma < 1$, permette di fare la seguente affermazione sul segno delle sue derivate rispetto al consumo: le derivate di ordine dispari (prima, terza, ...) sono positive mentre quelle di ordine pari (seconda, quarta, ...) sono negative. Di più, la generica derivata i -esima è uguale a $U^i(C)=A\gamma(\gamma-1)(\gamma-2)\dots(\gamma-i+1)C^{\gamma-i}$, in cui (per le usuali ipotesi $A > 0$, $0 < \gamma < 1$, $C > 0$) il primo, il secondo e l'ultimo fattore sono positivi mentre gli eventuali fattori rimanenti sono negativi e determinano, attraverso la loro numerosità, il segno della derivata.

Da un punto di vista interpretativo, l'importanza del segno delle derivate assume una valenza particolare per quelle fino al terzo ordine, nel senso che adesso si dirà.

La derivata prima della funzione di utilità rispetto al consumo rappresenta l'utilità marginale del consumo: essa è positiva in tutto il suo dominio ma decrescente (la derivata seconda è negativa).

La positività dell'utilità marginale del consumo è un'ipotesi abbastanza realistica se si pensa alla definizione di consumo come quella parte di reddito spesa in beni e servizi per soddisfare i bisogni della vita: un'unità aggiuntiva di consumo riesce a soddisfare maggiormente un bisogno primario (nel caso di presenza di forti vincoli di

liquidità) o si manifesta nell'utilizzo di beni voluttuari e di servizi non indispensabili (previa soddisfazione dei bisogni primari e quindi in assenza di evidenti vincoli di liquidità), aumentando l'utilità del soggetto in termini assoluti.

La definizione di consumo come reddito speso e non del consumo nella singola voce di spesa (generi alimentari, vestiario, affitto o rata di mutuo immobiliare, costi di trasporto, etc.) rafforza l'affermazione che l'utilità marginale della quota di reddito impiegata in consumi sia sempre positiva e quindi che un livello più elevato di consumo genera, in termini assoluti, una maggiore utilità; ciò potrebbe non essere vero se si considera l'utilità marginale di un singolo atto di consumo, come il bere un bicchiere d'acqua, che potrebbe, al raggiungimento di una certa soglia di utilità, iniziare a generare disutilità nel soggetto che continuasse a bere.

La considerazione dei consumi nel loro complesso permette di affermare che il comportamento di consumo dopo l'ennesimo bicchiere d'acqua sarà rivolto a beni differenti e questo ulteriore atto di consumo (non di acqua) genererà certamente un incremento di utilità nel soggetto che, ad esempio, mangerà del pane: in questo senso il *teorema di non sazietà* (nel senso che più consumo è sempre meglio di meno consumo) assume una forza particolare, così come trova soddisfazione anche il c.d. *amore per la varietà* (atti di consumo di beni diversi generano più utilità di atti di consumo dello stesso bene, a parità di quantità consumata)¹⁴⁷.

L'utilità marginale positiva del consumo implica, unitamente all'ipotesi di razionalità economica, che l'agente economico continuerà ad effettuare atti di consumo fino a quando l'utilità da essi derivantegli supererà il costo-opportunità in termini di consumo futuro¹⁴⁸ o – il che è lo stesso a meno della motivazione ereditaria – fino a quando l'utilità del consumo supera l'utilità del risparmio.

L'utilità marginale del consumo, $\partial u / \partial C_t \equiv u'(C_t)$, è collegata alla propensione marginale al consumo, $\partial C_t / \partial \bar{Y}_t \equiv MPC$, attraverso l'utilità marginale delle risorse vitali, $\partial u / \partial \bar{Y}_t \equiv u'(\bar{Y}_t)$; in particolare, assumendo una funzione di utilità istantanea

¹⁴⁷ Formalmente, si esprime questa preferenza attraverso la convessità delle curve di isoutilità quando si rappresenta la funzione di utilità di un consumatore legata al consumo di due o più beni, introducendo il concetto di saggio marginale di sostituzione tra i diversi beni per spiegare la condizione che permette di scegliere la combinazione ottima di beni compatibile con un dato vincolo di bilancio.

¹⁴⁸ Nel caso di uguaglianza perfetta tra le due utilità marginali, del consumo e del risparmio, il soggetto sarà indifferente nell'allocazione di questa particolare "dose" in atto di consumo o di risparmio. Generalmente, la considerazione del consumo corrente come costo-opportunità del consumo futuro non include il movente ereditario (e l'utilità che questo genera al soggetto).

che dipende dal consumo (C_t) e dalle risorse vitali ($\bar{Y}_t$), $u = (C_t, \bar{Y}_t)$ e una funzione di consumo istantanea che dipende dalle risorse vitali, $C_t = C_t(\bar{Y}_t)$, si ricava la seguente espressione dell'utilità marginale del consumo:

$$\underbrace{\frac{\partial u(C_t(\bar{Y}_t), \bar{Y}_t)}{\partial C_t}}_{UMgC} = \underbrace{\frac{\partial u(C_t(\bar{Y}_t), \bar{Y}_t)}{\partial \bar{Y}_t}}_{UMg\bar{Y}} \bigg/ \underbrace{\frac{\partial C_t}{\partial \bar{Y}_t}}_{MPC}$$

che equivale a

$$u'(C_t) \cdot MPC = u'(\bar{Y}_t)$$

ovvero l'utilità generata da un'unità aggiuntiva di ricchezza, $u'(\bar{Y}_t)$, è pari alla parte effettivamente spesa di quella ricchezza aggiuntiva, MPC , per l'utilità che si trae dalla singola dose di consumo. In altri termini, si può affermare che, per una data utilità marginale delle risorse vitali, ovvero lungo l'isoclina $u'(\bar{Y}_t) \equiv \dot{u}(\bar{Y}_t) = k$, se la propensione marginale al consumo aumenta, l'utilità marginale del consumo deve diminuire proporzionalmente, come illustrato in figura 8.

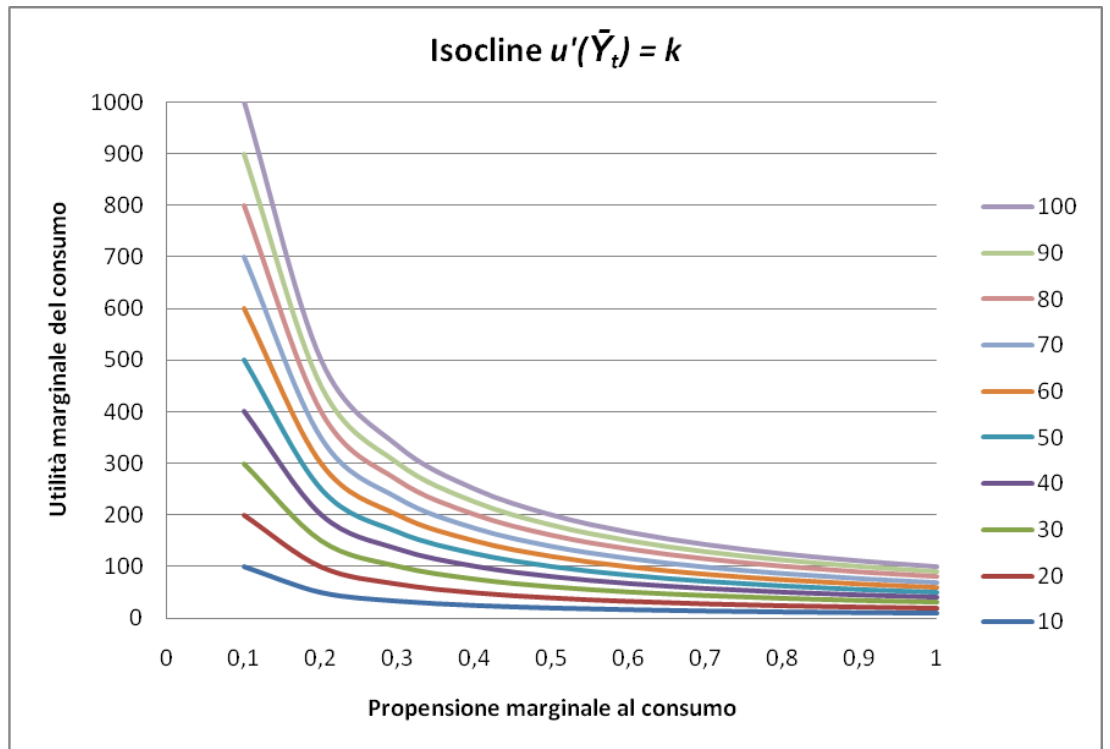


Figura 8 – Valori di MPC e utilità marginale del consumo lungo le isocline $\dot{u}(\bar{Y}_t) = k$ ($10 \leq k \leq 100$, $\Delta k = 10$, $0.1 \leq MPC \leq 1$, $\Delta MPC = 0.1$)

Il collegamento tra utilità marginale del consumo ed incertezza su redditi e tassi di interesse può essere ricostruito come segue:

1. l'utilità marginale del consumo ($u'(C)$) dipende dal livello del consumo ed è decrescente rispetto a questo ($u''(C) < 0$);
2. il livello del consumo (C) dipende dal livello di risorse vitali ($\bar{Y}$) attraverso la funzione di consumo ($C(\bar{Y})$);
3. il livello di risorse vitali in ciascuna età ($\bar{Y}_t$) dipende dalla somma attualizzata dei redditi futuri ($\hat{Y}$) e dai lasciti ricevuti (BR) in ciascun periodo; i redditi futuri attesi derivano sia dall'attività lavorativa (Y^L) sia dal patrimonio posseduto (Y^P);
4. l'aggregazione intertemporale di redditi (ricchezza umana) e patrimonio (ricchezza non umana) nel corso della vita dà luogo ad un processo di massimizzazione di una funzione valore che deve tener conto del tasso di crescita del reddito e del tasso di rendimento del patrimonio;
5. tasso di crescita del reddito e tasso di rendimento del patrimonio sono soggetti ad incertezza in quanto sia i redditi da lavoro sia i tassi di interesse ai quali è possibile impiegare il patrimonio sono variabili aleatorie.

Il collegamento tra MPC ed incertezza (su redditi e tassi di interesse) è diretto se la funzione di consumo è concava, ovvero se aumenti delle risorse vitali inducono aumenti men che proporzionali del consumo¹⁴⁹: in questa ipotesi «l'incertezza aumenta la propensione marginale al consumo»¹⁵⁰.

Sulla **concavità della funzione di consumo** è opportuno fare due **precisazioni** prima di illustrare una serie di implicazioni rilevanti:

1. non esiste una spiegazione analitica che collega l'incertezza sui redditi alla concavità della funzione di consumo mediante un rapporto diretto ed esclusivo di causa-effetto¹⁵¹;
2. versioni *perfect-foresight/certainty-equivalent* dei modelli di ottimizzazione intertemporale del consumo (ormai standard ed ampiamente impiegati per le loro

¹⁴⁹ Questa idea era già presente in modo esplicito in Keynes (1936), *La Teoria Generale*, cit. Tuttavia, qui si parla di *risorse vitali* e non di reddito (corrente) perché appare corretto, seguendo la LCH, includere anche il (reddito derivante dal) patrimonio nel computo della MPC, anche se considerazioni di liquidità suggeriscono un impatto maggiore del reddito da lavoro (rispetto al patrimonio) sulla MPC.

¹⁵⁰ C.D. CARROLL e M.S. KIMBALL (1996), «On the Concavity of the Consumption Function», cit., p. 982.

¹⁵¹ Potrebbe darsi, ad esempio, che la concavità della funzione di consumo sia dovuta (oltre che all'incertezza) anche al fatto che, all'aumentare della ricchezza, aumenti la volontà di lasciare un certo patrimonio in eredità, consumando solo una parte della ricchezza aggiuntiva.

proprietà analitiche) implicano una MPC non correlata al livello di ricchezza familiare; a tal proposito, però, esistono evidenze empiriche¹⁵² sul fatto che «la propensione marginale al consumo è stabilmente più elevata per consumatori con poca ricchezza o a basso reddito rispetto a consumatori con ricchezza o reddito elevati»¹⁵³.

Le **implicazioni** maggiormente rilevanti della concavità della funzione di consumo possono essere così sintetizzate:

- la stretta concavità implica che la crescita del consumo dipende dal livello della ricchezza, nel senso che il consumo cresce sempre meno all'aumentare della ricchezza, facendo cadere l'implicazione di Hall (1978)¹⁵⁴ di un consumo che seguirebbe una «random walk»;
- la concavità causata dall'incertezza è fondamentale per capire come può emergere il risparmio a scopo precauzionale («buffer-stock saving behavior»¹⁵⁵) dai modelli standard (LCH/PIH) di ottimizzazione dinamica senza vincoli di liquidità ma con l'introduzione dell'incertezza sui redditi;
- l'incertezza aumenta la MPC; più specificamente, l'aumento della MPC per un dato livello di ricchezza può essere anche maggiore dell'aumento per un dato livello di consumo¹⁵⁶ in quanto il risparmio precauzionale positivo implica che lo stesso livello di consumo sia raggiunto ad un più alto livello di ricchezza (a causa della funzione di consumo in un contesto di incertezza) e lo stesso livello di ricchezza si attesta ad un livello di consumo più basso nella funzione di consumo con incertezza, facendo quindi registrare una più elevata MPC in presenza di incertezza;
- una più elevata MPC (tipica di bassi livelli di consumo e di ricchezza) aumenta l'avversione al rischio sottesa alla funzione valore ottenuta come aggregazione intertemporale di funzioni di consumo concave rispetto al caso di funzioni di consumo lineari (con MPC costante nell'intero dominio).

¹⁵² LUSARDI (1992), «Permanent Income, Current Income, and Consumption: Evidence from Panel Data», e SOULELES (1995), «The Response of Household Consumption to Income Tax Refunds».

¹⁵³ C.D. CARROLL e M.S. KIMBALL (1996), cit., p. 981.

¹⁵⁴ R.E. HALL (1978), «Stochastic Implications of the Life-Cycle/Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence», *Journal of Political Economy*, No. 96, pp. 971-987.

¹⁵⁵ C.D. CARROLL, R.E. HALL e S.P. ZELDES (1992), «The Buffer-Stock Theory of Saving: Some Macroeconomic Evidence», p. 62.

¹⁵⁶ KIMBALL, M.S. (1990a), «Precautionary Saving and the Marginal Propensity to Consume», e KIMBALL, M.S. (1990b), «Precautionary Saving in the Small and in the Large».

Conclusioni

Concentrando l'attenzione sugli ultimi due modelli presentati nella prima sezione, la PIH e la LCH, si è cercato di fare alcuni passi avanti nella comprensione dell'effettivo comportamento di consumo e risparmio, inglobando considerazioni relative all'incertezza sulle variabili rilevanti dei due modelli. Per tentare di raggiungere tale obiettivo, si è proceduto a dividere questa seconda sezione in due capitoli: il quinto inerente la PIH, il sesto relativo alla LCH.

Nel quinto capitolo, analizzando l'ipotesi delle aspettative razionali e l'equazione di consumo di Eulero, si è visto come la PIH potrebbe migliorare il suo potere predittivo del comportamento di consumo inglobando questi nuovi strumenti. Procedendo poi al confronto con i modelli di *perfect foresight* e *certainty equivalent*, ci si è resi conto come la PIH rappresenti meglio degli altri due modelli il comportamento di consumo: ciò è dovuto al fatto che solo la PIH (in una sua versione avanzata) considera sia l'incertezza sui redditi futuri sia le motivazioni precauzionali del risparmio. Abbiamo condotto il confronto dei modelli analitici degli anni 1960-70 con la PIH piuttosto che con la LCH perché l'ipotesi di Friedman può essere considerata un caso particolare della LCH, sotto certe condizioni, e ciò ha reso un po' più semplice il confronto; inoltre, il tema dell'incertezza sui redditi futuri è stato meglio approfondito quando abbiamo illustrato la PIH, anche perché i tentativi di rendere il modello "operational" – attraverso l'evoluzione del concetto di reddito – sono più evidenti nell'ipotesi di Friedman piuttosto che nel modello del ciclo vitale.

Nel sesto capitolo, sulla base dell'osservazione che è meglio impiegare l'impianto teorico della LCH (piuttosto che quello della PIH che considera, come detto, vita infinita) nello studio del ruolo dei lasciti sull'utilità del consumatore, abbiamo osservato la validità delle implicazioni della LCH di base anche quando vengono rilasciate importanti assunzioni semplificatrici. Inoltre, si è osservato – nella seconda parte del capitolo – il modo in cui l'incertezza è stata inclusa nel modello del ciclo vitale e le proprietà della funzione di utilità a tal uopo impiegata.

Possiamo riassumere i suggerimenti forniti da questa sezione come segue:

- la considerazione dell'incertezza sui redditi e della motivazione precauzionale del risparmio è utile per capire l'effettivo comportamento di consumo e risparmio;
- l'impianto teorico del modello del ciclo vitale è più idoneo a considerare i lasciti rispetto ad altri modelli di consumo;
- modellare le intuizioni della PIH/LCH in modo matematicamente rigoroso per ogni età unisce i pregi del potere esplicativo dell'intuizione al rigore del procedimento di ottimizzazione dinamica.

È proprio da queste considerazioni che prenderemo le mosse nella definizione della funzione di utilità e del metodo risolutivo impiegati nell'ultima sezione di questa trattazione.

Intanto, nella terza sezione tratteremo la tematica del ruolo e dell'importanza dei lasciti in una versione avanzata del modello LCH.

**SEZIONE III – IL RUOLO DEI LASCITI NELL’ASSUNZIONE DELLE
DECISIONI DI CONSUMO-RISPARMIO 84**

**Capitolo 7 – L’importanza del movente ereditario nel processo di accumulazione della ricchezza
..... 86**

Stime della quota di ricchezza dovuta a trasferimenti 89

Il contributo della trasmissione ereditaria alla ricchezza totale: definizioni, misura e moventi 92

Movente precauzionale e movente ereditario 97

L’importanza del puro movente ereditario 99

Capitolo 8 – La considerazione dei lasciti nel modello del ciclo vitale..... 105

Le principali implicazioni aggregative della LCH di base: elencazione 106

LCH con lasciti: estensione del modello originario..... 107

Sezione III – Il ruolo dei lasciti nell’assunzione delle decisioni di consumo-risparmio

Abbiamo concluso la sezione precedente con l’importante osservazione che la considerazione dell’incertezza sui redditi e della motivazione precauzionale del risparmio è utile per la comprensione degli effettivi comportamenti di consumo-risparmio. Abbiamo evidenziato l’opportunità di impiegare un modello LCH per includere il movente ereditario in un procedimento di ottimizzazione dinamica che unisca i pregi del potere esplicativo dell’intuizione al rigore della risoluzione del modello matematico.

Nella seconda parte del sesto capitolo ci siamo occupati della LCH in condizioni di incertezza, nella seconda parte dell’ottavo capitolo considereremo l’estensione della LCH che include i lasciti.

La scelta di trattare incertezza e lasciti dapprima separatamente – rispettivamente nella seconda e terza sezione – poi congiuntamente – nella quarta ed ultima sezione – è stata effettuata per cercare di mettere in risalto le implicazioni di entrambe le estensioni del modello di base sui sentieri vitali delle variabili fondamentali del problema di scelta del consumatore lungimirante.

In questa terza sezione, quindi, ci occuperemo del ruolo dei lasciti nelle decisioni di consumo-risparmio trattando – nel settimo capitolo – l’importanza del movente ereditario nel processo di accumulazione della ricchezza e – nell’ottavo capitolo – la seconda estensione della LCH, quella che considera i lasciti.

La considerazione dei lasciti comporta le seguenti definizioni:

- le *risorse vitali* $(\bar{Y})$ sono date dalla somma attualizzata dei flussi di reddito futuri $(\hat{Y})$ più i lasciti ricevuti (BR) ;
- la *ricchezza aggregata* è data, a seconda del soggetto che l’ha accumulata, dalla somma di ricchezza “a gobba” e ricchezza ereditata; essa è anche scomponibile, in base alla sua natura, in ricchezza umana e ricchezza non umana;
- la *ricchezza (transitoria) “a gobba”* o *ricchezza “life-cycle”* è quella accumulata per il periodo di pensionamento, essa è data dalla somma finanziaria (secondo il regime dell’interesse composto annuo) del risparmio transitorio relativo all’intero periodo di attività lavorativa;
- il *risparmio transitorio* o *risparmio “life-cycle”* è quello accumulato nei periodi

in cui il reddito corrente supera il reddito medio (percepito nell'età attiva) ed ha la finalità di integrare il reddito corrente quando questo non è sufficiente a provvedere al consumo programmato; con l'introduzione dei lasciti, l'accumulazione transitoria personale viene ridotta dai lasciti ricevuti (BR) ed incrementata per tener conto dei lasciti da donare agli eredi (BL);

- il *consumo programmato* è il livello di consumo risultante dal processo di “consumption smoothing”, processo volto a garantire un sentiero del consumo ottimo intertemporale costante nel ciclo di vita;
- la *ricchezza umana* è la somma attualizzata dei flussi di reddito futuri ($\hat{Y}$); essa contribuisce nella formazione delle risorse vitali e considera, al suo interno, anche il capitale umano;
- il *capitale umano* rappresenta la conoscenza ed il grado di istruzione incorporati in ciascun individuo; esso influenza positivamente la ricchezza umana;
- la *ricchezza non umana* è la somma di ricchezza finanziaria ed immobiliare; in essa sono solitamente inclusi i lasciti (qualora non si considerino tali anche le spese per il mantenimento agli studi dei figli, che ricadrebbero nell'ambito della ricchezza umana).

Capitolo 7 – L'importanza del movente ereditario nel processo di accumulazione della ricchezza

Agli inizi del periodo keynesiano, quando era elevato l'interesse per lo studio del risparmio nazionale, ci si preoccupava relativamente poco delle motivazioni che inducevano le persone a risparmiare, sottintendendo che la principale ragione fosse quella di effettuare un lascito.

In realtà, come riportato nel primo capitolo, Keynes¹⁵⁷ elencò ben sette fattori soggettivi diversi dai lasciti per giustificare l'attività di risparmio, ma «cinque di questi, tra cui “incrementare il reddito futuro”¹⁵⁸ o “assicurarsi indipendenza e potere”¹⁵⁹, implicavano che tutta, o quasi tutta, l'accumulazione fosse in fine convogliata a formare ricchezza destinata a lasciti. Ciò, a sua volta, significava che gran parte della ricchezza privata aveva origine dalle eredità»¹⁶⁰.

Le prime due motivazioni elencate da Keynes – e cioè (i) *precaution* e (ii) *foresight* – considerano il risparmio, a differenza della maggior parte delle altre, come «motivo e destinazione di pagamenti per consumi futuri attraverso la sua successiva decumulazione»¹⁶¹.

Nonostante Keynes abbia riportato i motivi precauzionale e previsionale all'apice dell'elenco dei fattori soggettivi, egli non si soffermò sull'importanza di questa fonte di risparmio e di ricchezza: il primo ad approfondire tale questione fu Harrod (1948)¹⁶², il quale parlò di risparmio dalla caratteristica forma a gobba (*hump saving*) per spiegare l'accumulazione transitoria di ricchezza¹⁶³.

¹⁵⁷ J.M. KEYNES, «The General Theory», op. cit.

¹⁵⁸ *Improvement*, il quarto fattore soggettivo.

¹⁵⁹ *Independence*, il quinto fattore soggettivo.

¹⁶⁰ F. MODIGLIANI, «The Role of Intergenerational Transfers and Life Cycle Saving in the Accumulation of Wealth», *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 2, No. 2, 1988, pp. 15-40; trad. it. a cura di MARIO ZAPPACOSTA in F. Modigliani, «Consumo, risparmio, finanza», Bologna, *Il Mulino*, 1992, saggio 5, «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», p. 221.

¹⁶¹ *Ibidem*, p. 222.

¹⁶² R.F. HARROD, «Towards a Dynamic Economics», Londra, *Macmillan*, 1948.

¹⁶³ In realtà, sarebbe stato più corretto parlare di «ricchezza a gobba» (*hump wealth*), cfr. F. MODIGLIANI, «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», cit., p. 222.

Il Modello del Ciclo Vitale può essere visto come un tentativo di studiare l'importanza e le implicazioni del risparmio transitorio e della ricchezza «a gobba» in relazione alla teoria classica della scelta del consumatore e, più in particolare, all'ipotesi dell'ottima allocazione intertemporale elaborata da Irving Fisher.¹⁶⁴

È la disponibilità di risorse vitali che determina l'andamento dei consumi programmati, con l'implicazione che si registrerà una tendenza al risparmio (che genera accumulazione transitoria di ricchezza) quando il reddito corrente è sopra la media (e/o il consumo corrente ne è al di sotto); nel caso contrario, si impiegherà il risparmio finanziato dall'accumulazione transitoria per integrare il reddito corrente nella misura necessaria a coprire il livello di consumo programmato. Questa implicazione (relativa all'ipotesi di Fisher) è certamente valida in assenza di lasciti, altrimenti occorre considerare i trasferimenti intergenerazionali nella duplice direzione di lasciti ricevuti (che possono essere impiegati al posto dell'accumulazione transitoria personale con l'effetto di ridurre quest'ultima) e lasciti da donare per successione (che interagiscono con l'accumulazione transitoria nel senso di condurre ad un risparmio che, oltre a garantire *precaution* e *foresight*, garantisca anche la soddisfazione esplicita del *pride*).

Un risultato della LCH di base (valido quindi anche in assenza di lasciti) fu quello che un pensionamento che conduca ad un reddito nullo potrebbe generare, a livello aggregato, una quantità di ricchezza «a gobba» molto più elevata del livello di reddito: nel modello stilizzato in economia stazionaria presentato nel quarto capitolo si è notato che «il rapporto tra ricchezza e reddito dovrebbe essere pari alla metà della lunghezza del periodo di pensionamento che (in quell'epoca) poteva essere considerato dell'ordine di 5 (anni)»¹⁶⁵. Le stime di Goldsmith (1956)¹⁶⁶ confermavano tale risultato, mostrando che per gli Stati Uniti il rapporto $\frac{\text{ricchezza netta privata}}{\text{reddito disponibile}}$ era di quest'ordine di grandezza. Si poteva quindi pensare che lo stock di ricchezza derivasse dall'accumulazione graduale del risparmio di ogni generazione, per poter poi essere consumato integralmente durante il periodo di pensionamento: questa considerazione faceva arretrare l'ipotesi di acquisizione della ricchezza attraverso i trasferimenti intergenerazionali.

¹⁶⁴ *Ibidem*, p. 222.

¹⁶⁵ *Ibidem*, p. 223.

¹⁶⁶ R.W. GOLDSMITH, «A Study of Saving in the United States», op. cit.

Era piuttosto evidente, comunque, che anche la ricchezza ereditata giocasse un suo ruolo nel processo di accumulazione della ricchezza aggregata, soprattutto con riferimento alle classi più abbienti.

Il riconoscimento dell'esistenza di ricchezza «a gobba» e ricchezza ereditata all'interno della ricchezza aggregata è il punto di partenza fondamentale che giustifica il tentativo di mettere insieme i moventi precauzionale/previsionale ed ereditario nell'ambito di un processo di massimizzazione intertemporale di una funzione di utilità che riesca a dar conto di entrambe le motivazioni: espleteremo questo tentativo nell'ultima sezione della trattazione.

Il passaggio da considerazioni di esistenza a considerazioni di importanza dei fattori indicati, tuttavia, pone un interrogativo ulteriore di non facile risposta:

Ma riconoscere che la ricchezza aggregata potrebbe crescere sia attraverso la ricchezza transitoria «a gobba», sia attraverso il trasferimento di ricchezza mediante lasciti da una generazione alla successiva, non dice nulla circa l'importanza di ciascuno di questi processi nello spiegare la ricchezza esistente. In particolare, è il movente ereditario la fonte principale della ricchezza esistente, come si suppone tradizionalmente, o è più importante il risparmio «a gobba»?¹⁶⁷

L'interesse nei confronti del quesito appena esposto risale già ai primi anni '60, periodo in cui si tentarono diverse stime per cercare di spiegare l'importanza dei due moventi: è innegabile che possa esserci curiosità scientifica verso un argomento (la composizione della ricchezza aggregata) tanto vicino alle scelte quotidiane degli individui e, in ultima analisi, spiegabile attraverso tali scelte. Rilevanti sono, d'altra parte, le implicazioni di politica economica:

Secondo le Ipotesi del Ciclo Vitale, la ricchezza «a gobba», risponderebbe a variabili o istituzioni come la lunghezza del periodo di pensione, la dimensione del nucleo familiare, i vincoli di liquidità, l'incertezza del reddito (almeno di quello da lavoro), accordi privati e pubblici circa la pensione e le assicurazioni contro le malattie. Gran parte di tali variabili dovrebbero probabilmente avere un minimo effetto sui lasciti, anche se, bisogna riconoscerlo, gli economisti sanno piuttosto poco riguardo a ciò che potrebbe avere un impatto significativo sui lasciti, oltre alla tassazione sulle proprietà e sulle donazioni.

Quindi, la conoscenza dei relativi contributi risulta importante al fine di definire l'efficacia delle misure atte ad influenzare risparmio e ricchezza, come pure gli effetti di misure che intendono raggiungere altri scopi, come la tassazione della proprietà finalizzata a ridurre le disparità economiche.¹⁶⁸

¹⁶⁷ *Ibidem*, p. 224.

¹⁶⁸ *Ibidem*, pp. 224-225.

Stime della quota di ricchezza dovuta a trasferimenti

Sin dai primi studi degli anni '60 e fino al contributo di Kotlikoff e Summers¹⁶⁹, si è generalmente accettato che l'importanza della trasmissione ereditaria nella formazione della ricchezza totale potesse essere misurata attraverso il rapporto tra la ricchezza ricevuta mediante trasferimenti (sia *intra vivos* che *mortis causa*) e la ricchezza privata totale. Per la stima di tale rapporto sono stati impiegati diversi metodi: 1) interviste dirette; 2) stima del *flusso* annuale delle eredità ed impiego di un appropriato fattore di "ingrandimento" per inferire circa lo *stock* di ricchezza ereditata; 3) stima preliminare della ricchezza dovuta al ciclo vitale e sottrazione di tale stima da una stima indipendente della ricchezza privata.

Di seguito riportiamo una tabella, tratta da F. Modigliani (1992)¹⁷⁰, in cui sono elencati i risultati di alcuni studi che stimano la quota di ricchezza dovuta ai trasferimenti.

<i>Fonte</i>	<i>Natura dei dati</i>	<i>Natura dei trasferimenti inclusi</i>	<i>Valutazione</i>	<i>Quota di ricchezza trasferita (%)</i>
<i>Morgan e altri (1962)</i>	risposte a domande circa la grandezza del trasferimento ricevuto	tutti (?)	al momento del ricevimento (?)	meno di 10
<i>Projector & Weiss (1964)</i>	risposte a domande circa la quota di ricchezza proveniente da trasferimenti	eredità e grandi donazioni dall'esterno della famiglia	al momento del ricevimento	16 ^a
<i>Barlow e altri (1966)</i>	risposte a domande circa la frazione dei trasferimenti di ricchezza. Limitati alla classe di reddito di 10000 \$ ed oltre	eredità e donazioni	al momento del ricevimento	un settimo
<i>Idem</i>	<i>Idem</i>	<i>Idem</i>	al momento del ricevimento, più la rivalutazione del capitale presente	meno di un quinto

¹⁶⁹ L.T. KOTLIKOFF e L.H. SUMMERS, «The Role of Intergenerational Transfers in Aggregate Capital Accumulation», in *Journal of Political Economy*, agosto 1981, pp. 706-732.

¹⁷⁰ F. MODIGLIANI (1992), «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», cit., p. 227, tab. 1.

<i>Fonte</i>	<i>Natura dei dati</i>	<i>Natura dei trasferimenti inclusi</i>	<i>Valutazione</i>	<i>Quota di ricchezza trasferita (%)</i>
<i>Kotlikoff & Summers (1981)</i>	stimati dalla ricchezza degli individui deceduti; divario di età 25-30 anni	lasciti intergenerazionali	al momento del ricevimento, corretti per la variazione del livello dei prezzi	17
<i>Projector & Weiss (1964)</i>	risposte a domande circa i trasferimenti ricevuti durante l'anno; divario di età 25-30 anni	eredità e donazioni dall'esterno della famiglia	Idem	15,5
<i>Menchik & David (1983)</i>	dati statistici; divario di età: 25 anni	tutti i lasciti oltre quelli interconiugali	Idem	18,5

^a Media ponderata della ricchezza degli intervistati che hanno risposto che le attività ereditate sono una «proporzione sostanziosa» delle attività locali.

Tab. 2 – Stime della quota di ricchezza dovuta a trasferimenti sulla ricchezza totale

I primi tre studi riportati in tabella¹⁷¹ impiegano il metodo dell'intervista diretta: da essi si evince che la ricchezza ereditata rappresenta una proporzione della ricchezza totale tra un decimo ed un quinto e che tale quota cresce col reddito (corrente) e con la ricchezza (totale) del destinatario. Occorre ricordare, però, che le indicazioni recepite mediante interviste dirette possono essere distorte più o meno volutamente dagli intervistati, dando luogo a misure sottostimate dell'importanza dei lasciti.

Agli inizi degli anni '80, Kotlikoff e Summers¹⁷² utilizzarono un metodo di stima basato sulla distribuzione per età della ricchezza e sui tassi di mortalità. Essi trovarono una quota di ricchezza proveniente dai lasciti intorno al 17%, un valore coerente con le stime basate sulle indagini dirette degli anni '60, anche se la loro misura dei trasferimenti considera un divario medio di età tra donanti e donatari di 30 anni (essendo, probabilmente, «meno comprensiva rispetto a quelle usate nelle indagini, poiché essi intendono stimare trasferimenti intergenerazionali distanti nel

¹⁷¹ J.M. MORGAN, M.H. DAVID, W.J. COHEN e H.E. BRAZER, «Income and Welfare in the United States», New York, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1962; D. PROJECTOR e G.S. WEISS, «Survey of Financial Characteristics of Consumers», Washington, D.C., The Board of Governors of the Federal Reserve System, 1964; R. BARLOW, H.E. BRAZER e J.N. MORGAN, «Economic Behavior of the Affluent», Washington, D.C., The Brookings Institution, 1966.

¹⁷² L.T. KOTLIKOFF e L.H. SUMMERS, «The Role of Intergenerational Transfers in Aggregate Capital Accumulation», cit.

tempo»¹⁷³).

Continuando a considerare lo stesso divario medio di età di 25-30 anni ma applicando il metodo dell'intervista e rivolgendo domande sui trasferimenti ricevuti durante l'anno 1963, Projector e Weiss (1964)¹⁷⁴ trovarono (per l'anno di riferimento) una quota di ricchezza ereditata di circa il 15,5 per cento, un risultato – anche questo – coerente con le stime precedenti.

Menchik e David¹⁷⁵ utilizzarono un approccio potenzialmente migliore in termini di obiettività e qualità dell'informazione, impiegando stime basate su statistiche testamentarie. I dati che essi presentarono, relativi ai documenti di successione di persone decedute nel Wisconsin tra il 1947 e il 1978, suggeriscono che i trasferimenti intergenerazionali possono rappresentare circa il 60% dei trasferimenti totali¹⁷⁶. Un siffatto risultato fa apparire le stime dei lasciti intergenerazionali di Kotlikoff e Summers più ampie di quelle suggerite dalle statistiche, ma tale differenza dipende anche dalle numerose ipotesi coinvolte in ogni stima. Menchik e David trovarono, sulla base di un divario medio di età di 25 anni e di un fattore di ingrandimento di 16,7, una quota ereditata di ricchezza del 18,5 per cento.

Possiamo riassumere i risultati dei lavori condotti mediante stime dirette dei flussi annui dei lasciti affermando che tali risultati appaiono coerenti tra loro, anche impiegando tre approcci differenti, soprattutto se si tiene conto di alcune differenze nella definizione di come viene misurato il flusso. Tutte queste stime suggeriscono «un flusso annuo piuttosto limitato se paragonato alla ricchezza totale, più o meno pari all'uno per cento. È questo modesto flusso annuo che ci assicura che lo stock complessivo di ricchezza lasciata in eredità (la somma del flusso annuo durante l'intervallo di trasferimento, corretta per l'effetto della crescita) sia esso stesso modesto, tra il 15,5 ed il 18,5 per cento, corrispondendo l'ultima misura alla definizione più ampia del flusso di lasciti»¹⁷⁷.

È possibile stimare l'importanza dei lasciti in modo indiretto, calcolando

¹⁷³ F. MODIGLIANI, «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», cit., p. 229.

¹⁷⁴ D. PROJECTOR e G.S. WEISS, «Survey of Financial Characteristics of Consumers», cit.

¹⁷⁵ P. MENCHIK e M. DAVID, «Income Distribution, Life Time Saving and Bequests», *American Economic Review*, settembre 1983, n. 73, pp. 672-690.

¹⁷⁶ F. MODIGLIANI, «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», cit., p. 231, § 2.

¹⁷⁷ *Ibidem*, p. 232, sottolineato nostro.

dapprima una stima di risparmio e ricchezza «a gobba» e quindi derivando i trasferimenti di ricchezza come quota residua. Ando e Kennickell¹⁷⁸ hanno impiegato questo metodo distribuendo, per ogni anno, la ricchezza aggregata tra le classi di età, mediante l'utilizzo di un profilo temporale del risparmio nelle diverse età ottenuto da dati provenienti dal *Bureau of Labor Statistics*. Sommando il risparmio di ogni classe fino ad un dato anno, essi stimano la ricchezza (*life cycle*) accumulata da ciascuna classe in quel determinato anno. La stima della ricchezza nazionale non proveniente da lasciti avviene attraverso la sommatoria della ricchezza accumulata dalle diverse classi in quell'anno. Utilizzando questo metodo, «non convenzionale e del tutto indipendente dagli altri»¹⁷⁹, essi giunsero a risultati che – per il periodo 1970-80 – sono simili a quelli ottenuti da tutti gli altri metodi riportati in tabella 2.

Il contributo della trasmissione ereditaria alla ricchezza totale: definizioni, misura e moventi

Le stime riportate nel paragrafo precedente suggeriscono che i lasciti hanno un ruolo importante, sebbene quantitativamente modesto, nel processo di accumulazione della ricchezza nazionale.

Una questione centrale è (come per il reddito) la definizione del concetto di “lasciti”, che può notevolmente influire sulle stime dell'importanza della trasmissione ereditaria alla formazione della ricchezza totale.

Diverse sono le definizioni suggerite in letteratura, ad esempio, Goody¹⁸⁰ definisce l'eredità – in senso stretto – come la trasmissione di diritti relativamente esclusivi all'atto del decesso.

In senso più ampio, l'eredità include sia i trasferimenti *inter vivos* sia quelli *mortis causa*: l'elemento discriminante tra questi due tipi di trasferimenti è, ovviamente, il periodo in cui avviene il passaggio di ricchezza. I trasferimenti *inter vivos* possono essere influenzati da diversi fattori sia afferenti la sfera degli affetti personali sia

¹⁷⁸ A. ANDO e A. KENNICKELL, «How Much (or Little) Life Cycle is there in Micro Data? Cases of U.S. and Japan», paper presentato alla Conferenza dell'Istituto Bancario San Paolo di Torino in onore di Franco Modigliani, Massachusetts, 19-21 settembre 1985.

¹⁷⁹ F. MODIGLIANI, «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», cit., p. 233.

¹⁸⁰ GOODY (1987), per *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*: «Inheritance, in the strict sense, is the transmission of relatively exclusive rights at death».

quella del mero calcolo di convenienza fiscale. I trasferimenti *mortis causa* avvengono secondo un *timing* non definibile per via dell'incertezza sulla durata della vita del *de cuius*. Poiché il momento in cui avvengono i passaggi di ricchezza presenta elementi di incertezza, solitamente si considera il loro *timing* come elemento secondario rispetto al loro *quantum*¹⁸¹.

Sempre in senso più ampio rispetto alla definizione di Goody, gli economisti distinguono la ricchezza in “umana” e “non umana”, includendo nella prima – definita come la somma attualizzata dei flussi di reddito futuri – il “capitale umano” (ovvero la conoscenza ed il grado di istruzione incorporati in ciascun individuo), mentre la “ricchezza non umana” è quella finanziaria ed immobiliare. La maggior parte dei lavori sui trasferimenti intergenerazionali si occupa esclusivamente della ricchezza non umana, ma non si può sottacere l'importante controversia che riguarda la considerazione (o meno) del finanziamento degli studi universitari dei figli come trasferimenti intergenerazionali¹⁸²: l'argomento a favore dell'inclusione è quello di considerare queste spese come un'erogazione a favore dei figli, alla stregua di qualsiasi altro trasferimento ma con effetti dilazionati nel tempo (esprimibili in termini di maggiori redditi futuri attesi); l'argomento a favore dell'esclusione è quello di considerare le spese universitarie come rientranti tra i normali costi da sostenere per i figli nel corso del ciclo vitale. Naturalmente, tale controversia assume tanta più rilevanza quanto maggiore è l'ammontare dei pagamenti sostenuti per il mantenimento agli studi dei figli: Gale e Scholz (1994)¹⁸³ stimano questi pagamenti nella misura del 12 per cento della ricchezza totale statunitense nel 1986, mentre i lasciti rappresentavano il 31 per cento ed i trasferimenti *inter vivos* costituivano il 21 per cento. I due autori stimano anche una quota del 13 per cento di famiglie che paga gli studi ai figli, con una concentrazione nella fascia più alta della distribuzione della ricchezza: nel primo decile della distribuzione delle famiglie ordinate per livelli

¹⁸¹ PAUL L. MENCHIK e NANCY A. JIANAKOPOLOS, «Economics of Inheritance», in *Inheritance and Wealth in America*, saggio 3, New York, Robert K. Miller e Stephen J. McNamee, Plenum Press, 1998, p. 46.

¹⁸² F. MODIGLIANI (1988a), «Measuring the Contribution of Intergenerational Transfers to Total Wealth: Conceptual Issues and Empirical Findings», in Denis Kessler and André Masson, *Modelling the Accumulation and Distribution of Wealth*, Oxford, Clarendon Press, pp. 21-52; F. MODIGLIANI (1988b), «The Role of Intergenerational Transfers and Life Cycle Saving in the Accumulation of Wealth», *Journal of Economic Perspectives*, vol. 2, n. 2, 1988, pp. 15-40; L.T. KOTLIKOFF e L.H. SUMMERS (1988), «The Contribution of Intergenerational Transfers to Total Wealth: A Reply», in Denis Kessler and André Masson, *Modelling the Accumulation and Distribution of Wealth*, Oxford, Clarendon Press, pp. 53-67.

¹⁸³ W. G. GALE e J. K. SCHOLZ, «Intergenerational Transfers and the Accumulation of Wealth», *Journal of Economic Perspectives*, vol. 8, n. 4, 1994, pp. 145-160.

decrementi di ricchezza, la frazione di famiglie che finanzia gli studi dei figli sale al 43 per cento.

In senso più limitato (sempre rispetto alla definizione di Goody), la distinzione riguarda l'intenzionalità dei lasciti. I lasciti non intenzionali derivano dall'incertezza sulla durata della vita e dal fatto che il decesso avviene anticipatamente rispetto a quanto atteso. In questo senso, se – per pura ipotesi – realtà ed aspettativa di vita coincidessero perfettamente, l'ammontare di ricchezza trasferita agli eredi all'atto del decesso sarebbe totalmente programmata. Occorre precisare che, sebbene sia il trattamento fiscale sia l'ammontare di ricchezza ricevuta dagli eredi non varino rispetto all'intenzionalità del lascito, le implicazioni economiche e politiche di tale intenzionalità sono profondamente diverse. A titolo esemplificativo, si può affermare che, almeno a livello aggregato, una quota rilevante di lasciti non intenzionali rispetto al totale è sintomatica di una forte incertezza associata all'aspettativa di vita e probabilmente è maggiormente riscontrabile in paesi con un sistema pubblico di previdenza sociale debole o assente, poiché in questi casi maggiore è il costo di rimanere senza alcuna risorsa negli ultimi anni di vita. Harnermesh e Menchik (1987)¹⁸⁴ distinguono i lasciti in programmati e non programmati. Essi partono dall'idea che le persone formano una propria aspettativa di vita sulla base dell'esperienza dei genitori: un'aspettativa di vita che differisce da quella attuariale, essendo maggiore di essa se i genitori vivono più a lungo, minore se la loro dipartita avviene in età relativamente giovane. Gli autori trovano che le persone con un'aspettativa di vita maggiore, quelle cioè i cui genitori hanno vissuto più a lungo rispetto alla media (seguendo la loro ipotesi di formazione dell'aspettativa di vita), accumulano nell'*additional time* una maggiore ricchezza immobiliare: questo risultato viene interpretato a sostegno dell'intenzionalità dei lasciti¹⁸⁵. Ancora, Harnermesh e Menchik hanno mostrato che gli anni di vita ulteriori rispetto all'aspettativa (quelli “inattesi” sulla base dell'esperienza genitoriale) conducono ad una minore ricchezza immobiliare: un comportamento coerente con il concetto di lasciti non intenzionali quando l'errore nell'aspettativa (personale) di vita è nel senso che quest'ultima è inferiore all'effettiva durata della vita.

¹⁸⁴ D. S. HARNERMESH e P. L. MENCHIK, «Planned and Unplanned Bequests», NBER Working Paper n. 1496, *Economic Inquiry*, vol. 25, n. 1, 1987, pp. 55-66.

¹⁸⁵ PAUL L. MENCHIK e NANCY A. JIANAKOPOLOS, «Economics of Inheritance», *op. cit.*, p. 47.

Tutte le distinzioni riportate sopra sul concetto di eredità in relazione al tempo (trasferimenti *inter vivos/mortis causa*), alla natura (ricchezza umana/non umana), all'intenzionalità (lasciti programmati/non programmati) possono essere inquadrate a livello di sistema economico o di singola famiglia. A livello di intera economia, la ricerca si è concentrata principalmente nel determinare la porzione di ricchezza aggregata ricevuta in eredità o accumulata con l'intento di donarla agli eredi all'atto del decesso; a livello familiare, l'attenzione è concentrata nel determinare le motivazioni che inducono ai lasciti.

Poiché l'inserimento di considerazioni di incertezza dà origine al risparmio precauzionale e noi siamo interessati alla trattazione congiunta di incertezza e lasciti, osserviamo più in dettaglio come i due aspetti si coniugano ai due livelli considerati.

La ricchezza, a livello di sistema economico, deriva da due fonti:

1. ricchezza accumulata dalle generazioni precedenti e trasferita alla generazione corrente, *inherited wealth*;
2. ricchezza accumulata nel ciclo vitale mediante il risparmio (reddito meno consumo) in ciascun periodo, *life-cycle wealth*.

Abbiamo detto che un'importante motivazione del risparmio è legata a ragioni precauzionali, al fine di poter affrontare quegli eventi incerti che – riducendo la disponibilità di risorse (a causa di diminuzioni di reddito dovute, ad esempio, a periodi di disoccupazione) od aumentando la necessità di consumi (ad esempio, per spese mediche in età avanzata) – condurrebbero, qualora si verificassero ed in assenza di risparmio precauzionale, ad un più basso standard di vita.

Talvolta risparmio precauzionale e risparmio squisitamente *life-cycle* (quello che propriamente vuole sostenere i consumi nel periodo di pensionamento) vengono fatti confluire nel risparmio accumulato in vita; questa operazione è tipica di lavori che mirano a studiare l'importanza del risparmio accumulato nel corso della vita rispetto alla ricchezza ricevuta in eredità: in questo contesto, il discrimine è rappresentato dal soggetto che ha prodotto la ricchezza e non dalle motivazioni che hanno condotto a risparmiare.

Possiamo affermare che la LCH standard implica, a livello di intera economia, che la quota di ricchezza esistente in ciascun periodo dipende dal numero di famiglie che accumulano risorse, dal numero di famiglie che decumulano risorse, dal livello di risorse accumulate dal primo gruppo e decumulate dal secondo.

La LCH standard implica, a livello familiare, che il sentiero di accumulazione

della ricchezza abbia l'usuale forma a gobba, crescendo fino all'uscita dal mercato del lavoro e decrescendo, poi, per l'intero periodo di pensionamento, sino ad annullarsi all'atto del decesso. L'aggiunta di considerazioni di incertezza legate alla durata della vita, ai redditi percepiti ed ai tassi di rendimento del patrimonio provocano un innalzamento del sentiero di ricchezza per via del risparmio precauzionale (e possono dar luogo a lasciti non intenzionali). L'ulteriore considerazione dei lasciti fa aumentare la ricchezza detenuta all'atto del ricevimento dell'eredità ed aggiunge motivazioni di *pride* nell'utilità dell'agente economico, che si estrinsecano – a loro volta – nella programmazione di un certo livello di lasciti intenzionali.

La domanda importante, a questo punto, è la seguente: «quanto contribuisce il movente ereditario alla ricchezza totale della società?»¹⁸⁶.

Kotlikoff e Summers (d'ora in avanti K&S) hanno suggerito di impiegare una misura dell'impatto dei lasciti sulla ricchezza totale che passi per il concetto di elasticità della ricchezza totale (W) al flusso degli stessi lasciti (B): la “vera misura dell'importanza delle trasmissioni ereditarie” è la variazione percentuale nella ricchezza totale risultante da una variazione dell'1 per cento nel flusso di lasciti. Tale misura può essere scritta come segue:

$$\eta = \frac{\Delta W}{\Delta B} \cdot \frac{B}{W} = \frac{\Delta W}{\Delta T} \cdot \frac{T}{W} \quad (7.1)$$

La prima uguaglianza della (7.1) mostra che la vera misura dell'importanza dei lasciti (dato il loro flusso) è indipendente dal modo in cui si definisce la quota; la seconda uguaglianza scaturisce dalla considerazione che lo *stock* di ricchezza ereditata T è proporzionale al *flusso* annuale di lasciti B e mette in evidenza la semplice relazione tra elasticità (η) e misura della quota dei lasciti (T^j) presa in considerazione.

In particolare, la considerazione o meno dei guadagni capitalizzati sulla ricchezza ereditaria dà luogo a due differenti misure della quota dei lasciti: K&S includono tali guadagni mentre Modigliani li esclude. Pertanto, secondo la definizione di K&S, con un tasso di interesse reale positivo, un individuo che lascia tanto quanto ha ricevuto sarebbe considerato un decumulatore di risparmio, in misura dipendente dal tasso di

¹⁸⁶ F. MODIGLIANI, «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», cit., p. 250.

rendimento. La definizione di Modigliani, invece, non include i guadagni capitalizzati nella ricchezza ereditaria perché li considera “reddito”¹⁸⁷.

Da quanto appena affermato, si potrebbe sostenere che la misura del risparmio dovuto al ciclo vitale adottata da K&S (reddito da lavoro meno consumo) risulta indipendente dai lasciti; il reddito dell'intero ciclo di vita *à la* Modigliani, invece, include il reddito derivante da eredità, rendendo il risparmio dovuto al ciclo di vita dipendente dai lasciti ricevuti.

Da un'analisi più approfondita, che tenga conto degli effetti dei lasciti ricevuti sul consumo, deriva che entrambe le misure della ricchezza ereditaria sono influenzate dai lasciti: la misura di Modigliani direttamente per via del concetto di risparmio impiegato, quella di K&S per il tramite degli effetti dei lasciti ricevuti sul consumo (e sull'offerta di lavoro). È da dire, comunque, che nel caso limite in cui il consumo fosse assolutamente insensibile ai lasciti ricevuti – cioè nel caso in cui tutti i guadagni sulla ricchezza ereditata fossero risparmiati – la misura di K&S sarebbe quella appropriata; nel caso opposto – quello cioè in cui tutti i proventi fossero spesi – la misura appropriata della ricchezza ereditata sarebbe quella di Modigliani.

Movente precauzionale e movente ereditario

Il quesito sull'importanza della quota di ricchezza accumulata per far fronte all'incertezza e su quella da trasmettere in eredità conduce l'attenzione sui due moventi che stanno alla base delle due fonti di ricchezza: il movente precauzionale ed il movente ereditario.

Nel paragrafo precedente abbiamo messo in evidenza l'utilità del concetto di elasticità della ricchezza totale al flusso dei lasciti, sostenendo che essa rappresenti la vera misura dell'importanza delle trasmissioni ereditarie: stime dell'importanza dei lasciti mediante l'elasticità indicano «un valore di η che arriva al 30 per cento, punto

¹⁸⁷ I motivi di tale scelta derivano dalla sua conformità alle definizioni (generalmente accettate) di (1) risparmio come reddito meno consumo e (2) accumulazione nell'arco della vita come lasciti al netto delle eredità ricevute (corrette per l'inflazione). Inoltre, ragioni di ordine pratico suggeriscono che, mentre è possibile misurare direttamente la quantità di eredità ricevute, «non esiste un modo diretto per dire se alcuni anni più tardi la ricchezza di chi riceve l'eredità sarà più grande del valore capitalizzato di quanto ricevuto o se invece il beneficiario avrà consumato parte o tutti i proventi o anche parte del capitale». *Ibidem*, p. 249.

più punto meno»¹⁸⁸.

Questo valore dell'elasticità di 0.3, tuttavia, sovrastima il contributo di eredità e donazioni alla formazione della ricchezza dovuto al movente ereditario, poiché una parte sostanziale del flusso dei lasciti deriva (non già dal movente ereditario ma) dall'incertezza sul momento del decesso. Gli effetti di tale incertezza sono certamente mitigati da un sistema di previdenza sociale obbligatorio e possono esserlo anche dalla stipula di contratti di assicurazione sulla vita di natura privatistica.

Se si investissero tutte le riserve accumulate per la pensione (la c.d. ricchezza "a gobba") in vitalizi, l'ammontare di ricchezza derivante dal movente precauzionale sarebbe nullo all'atto del decesso: l'eventuale ricchezza positiva detenuta all'atto della dipartita sarebbe espressione del puro movente ereditario.

In assenza di vitalizi, la ricchezza "a gobba" rifletterà l'avversione al rischio ed il costo implicito di rimanere privi di ogni attività: la probabile ricchezza positiva detenuta all'atto della dipartita sarebbe espressione sia del movente precauzionale (per la quota di lasciti non intenzionali in presenza di incertezza sulla durata della vita) sia del movente ereditario (per la quota di lasciti intenzionali).

L'incertezza a cui si cerca di far fronte è quindi legata non solo alle risorse vitali (essenzialmente attraverso i redditi da lavoro futuri ed i tassi di rendimento del patrimonio), ma anche alla durata della stessa vita umana. Su questo punto, Davies (1981)¹⁸⁹ e Hubbard (1984)¹⁹⁰ hanno dimostrato che, considerando valori plausibili dei parametri della funzione di utilità (compresa una modesta elasticità di sostituzione intertemporale), la misura in cui l'incertezza sulla durata della vita riduce la propensione al consumo cresce all'aumentare dell'età: questo risultato potrebbe essere letto nel senso che «l'incertezza sulla durata della vita potrebbe fornire l'elemento principale per spiegare il lento processo di decumulazione della ricchezza da parte di chi è in pensione»¹⁹¹, relativamente alle implicazioni del modello LCH standard.

¹⁸⁸ *Ibidem*, p. 257.

¹⁸⁹ J. DAVIES, «Uncertain Life Time, Consumption and Dissaving in Retirement», *Journal of Political Economy*, giugno 1981, n. 89. pp. 561-577.

¹⁹⁰ G.L. HUBBARD, «"Precautionary" Saving Revisited: Social Security, Individual Welfare, and the Capital Stock», *National Bureau of Economic Research, Working Paper n.1430*, agosto 1984.

¹⁹¹ F. MODIGLIANI (1992), «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», cit., p. 258.

L'ammontare dei lasciti, quindi, non deriva esclusivamente dal movente ereditario, in quanto una parte di essi (quelli legati all'incertezza sulla durata della vita in assenza di vitalizi) rientra nel processo di accumulazione secondo il Ciclo Vitale, dal momento che è determinata dall'utilità che si può trarre dal consumo in età avanzata.

L'importanza del puro movente ereditario

Per osservare l'importanza del "puro" movente ereditario sulla formazione della ricchezza totale, occorrerebbe stimare quanta parte di ricchezza viene accumulata «al solo fine di essere distribuita agli eredi e non per essere utilizzata per i propri consumi»¹⁹². In altri termini, si dovrebbe riuscire a distinguere tra lasciti intenzionali (che soddisfano il puro movente ereditario) e lasciti non intenzionali (che rientrano nel processo di accumulazione secondo il Ciclo Vitale): una siffatta distinzione appare piuttosto ardua e richiederebbe, comunque, un livello informativo molto alto.

Osservazioni empiriche¹⁹³ hanno riscontrato che il puro movente ereditario riguarda un numero ridotto di famiglie e che tali famiglie si collocano nella fascia più elevata della distribuzione della ricchezza.

Assumendo un valore dell'elasticità della ricchezza totale al flusso dei lasciti di circa 0.3, «sembra prudente concludere che è molto improbabile che l'importanza dei lasciti per soli motivi di trasmissione ereditaria, come misurata dall'elasticità della ricchezza rispetto a tale flusso, oltrepassi un quinto»¹⁹⁴.

Occorre ricordare, però, che la definizione di "lasciti" è un punto chiave nella determinazione dell'elasticità (e quindi dell'importanza degli stessi sulla formazione della ricchezza totale), potendo arrivare ad includere – oltre all'eredità devoluta per successione testamentaria o legittima (*mortis causa*) – le spese universitarie dei figli, qualsiasi altro trasferimento (*inter vivos*) sotto forma di donazione verso la progenie, il rendimento sull'eredità ricevuta dai propri ascendenti diretti, ogni ulteriore spesa che non abbia un ritorno positivo immediato sulla generazione che ne ha sostenuto i

¹⁹² *Ibidem*, p. 259.

¹⁹³ Ad esempio, M.D. HURD, «Saving and Bequests», *National Bureau of Economic Research, Working Paper* n. 1826, gennaio 1986; D. PROJECTOR e G.S. WEISS, «Survey of Financial Characteristics of Consumers», cit., 1964; P. MENCHIK e M. DAVID, «Income Distribution, Life Time Saving and Bequests», cit., 1983.

¹⁹⁴ F. MODIGLIANI (1992), «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», cit., p. 260.

costi bensì sui suoi discendenti (a titolo puramente esemplificativo, si potrebbe pensare all'investimento in ricerca sanitaria¹⁹⁵ ma anche in ricerca scientifica e tecnologica¹⁹⁶ così come ai maggiori costi sostenuti per limitare le emissioni inquinanti¹⁹⁷, se e in quanto tali spese producano i loro effetti positivi solo per le generazioni successive ed abbiano effetti nulli o marginali sulla generazione che le ha sostenute).

Un altro aspetto importante per i suoi effetti intergenerazionali è legato alla questione del debito pubblico e dell'impatto da questo generato sulla ricchezza familiare percepita. In un'economia di piena occupazione, l'argomento che un aumento del debito pubblico – seguendo Modigliani (1961)¹⁹⁸ – implica un incremento nella ricchezza familiare percepita ha importanti implicazioni politiche che passano per (a) l'aumento del livello desiderato dei consumi relativamente ai risparmi, (b) l'aumento dei tassi di interesse e (c) il conseguenziale declino degli investimenti. Anche in un'economia non di piena occupazione l'effetto del debito pubblico sulla domanda aggregata dipende dall'assunzione che un aumento del debito generi un aumento della ricchezza familiare percepita (sono le famiglie che detengono i titoli di debito pubblico). È stato riconosciuto¹⁹⁹, comunque, che l'aumento della tassazione futura necessaria per il pagamento degli interessi sul debito implicherebbe una compensazione dell'effetto ricchezza positivo, generando un effetto netto nullo.

Barro (1974)²⁰⁰ propone un modello a generazioni sovrapposte in cui viene mostrato che le famiglie agirebbero come se avessero vita infinita: in questo caso non

¹⁹⁵ La ricerca sanitaria su patologie di cui si conosce molto poco può iniziare a produrre i suoi frutti in termini di terapie implementabili anche ben oltre la generazione in cui gli studi sono iniziati; i progressi in campo sanitario hanno sensibilmente migliorato le terapie attuali di malattie un tempo incurabili, tali miglioramenti rappresentano il risultato di un investimento da cui, probabilmente, non si aspettavano importanti novità da parte della generazione che ha visto iniziare la sperimentazione nell'arco del proprio ciclo vitale.

¹⁹⁶ La ricerca scientifica e tecnologica è un altro settore i cui effetti in termini di implementazione delle innovazioni non sono necessariamente visibili nel ciclo vitale della generazione che ha iniziato l'attività di ricerca.

¹⁹⁷ Si fa un gran parlare di crescita sostenibile adducendo la motivazione di mantenere l'ambiente "fruibile" per le generazioni future, ciò è tipicamente un puro movente ereditario non esprimibile in termini di "ricchezza non umana".

¹⁹⁸ F. MODIGLIANI, «Long-Run Implications of Alternative Fiscal Policies and the Burden of the National Debt», *Economic Journal*, Vol. 71, 1961, pp. 730-55.

¹⁹⁹ JAMES TOBIN, «Essay in Economics», *Macroeconomics*, North Holland, Amsterdam, 1971, p. 91. M.J. Bailey, *National Income and the Price Level*, McGraw-Hill, New York, 1962, pp. 75-77.

²⁰⁰ ROBERT J. BARRO, «Are Government Bonds Net Wealth?», *The Journal of Political Economy*, Vol. 82, No. 6, 1974, pp. 1095-1117.

sarebbe presente alcun effetto netto di ricchezza di un aumento del debito pubblico in quanto esisterebbe una catena di trasferimenti intergenerazionali che lega la generazione corrente alle generazioni future. Appare, in conclusione, che non sussistano casi teorici convincenti in cui un aumento del debito pubblico possa essere considerato come un elemento che modifica la percezione della ricchezza familiare.²⁰¹ Se si suppone che il puro movente ereditario sia funzione della sola ricchezza familiare, un aumento del debito pubblico non dovrebbe generare alcun effetto sulla quota dei lasciti intenzionali, perché lascerebbe immutata la ricchezza familiare percepita. Allorquando, però, il maggior debito pubblico aumenti il contesto di incertezza in modo sufficientemente ampio da indurre ad accumulare maggior risparmio precauzionale, la quota dei lasciti non intenzionali potrebbe far aumentare lo stock di eredità.

Una ulteriore precisazione riguarda l'impiego del modello a generazioni sovrapposte: se l'aumento del debito pubblico non modifica la ricchezza familiare percepita, l'impatto sull'utilità potrebbe comunque essere non nullo per il tramite della funzione di utilità degli eredi (che è argomento della funzione di utilità familiare nel modello a generazioni sovrapposte). In questo caso, il puro movente ereditario potrebbe aumentare per compensare la perdita di utilità che un maggiore debito pubblico genera sull'utilità degli eredi e, per questo canale, sull'utilità familiare.

Qualora si scegliesse di impiegare un "modello egoistico dei lasciti", in cui il movente ereditario è modellato mediante un parametro di utilità familiare (o individuale, a seconda del soggetto decisionale preso in considerazione) e non includendo la funzione di utilità delle generazioni future nell'utilità del decisore, un aumento del debito pubblico potrebbe certamente aumentare il contesto di incertezza e la quota di lasciti non intenzionali, come nel caso di un modello a generazioni sovrapposte. Per quanto riguarda i lasciti intenzionali, invece, essi sarebbero immutati (a causa dell'effetto netto nullo sulla ricchezza familiare percepita) nel caso in cui l'agente preveda di dover pagare integralmente e personalmente l'aumento del debito pubblico mediante un aumento di tassazione. Qualora, invece, le aspettative temporali per ripagare l'aumento del debito si protraggano oltre la vita dell'agente, il suo movente ereditario aumenterà solo se ciò sarà funzionale a non ridurre il suo

²⁰¹ *Ibidem*, p. 1116.

livello di utilità, sulla base della considerazione – ad esempio – che egli non intende lasciare agli eredi più debiti di quelli che ha trovato alla sua nascita.

Nel capitolo 9, svilupperemo un “modello egoistico dei lasciti” per *backward induction*, scelta che permette di non fare alcuna assunzione sulla funzione di utilità delle generazioni future e di isolare il movente ereditario mediante un parametro che rappresenta la propensione ai lasciti.

Nel capitolo successivo, inseriremo i lasciti ereditari in un modello del ciclo vitale e ne illustreremo le differenze rispetto all’assenza di lasciti.

A conclusione di questo capitolo, intanto, schematizziamo quanto detto con riferimento ai trasferimenti intergenerazionali nella seguente tabella.

Criterio di classificazione	Afferenza
Tempo	<i>Inter vivos</i> (donazioni)
	<i>Mortis causa</i> (eredità)
Natura	Ricchezza umana (studi universitari)
	Ricchezza non umana (finanziaria ed immobiliare)
Intenzionalità	Lasciti programmati
	Lasciti non programmati
Livello di analisi (per entrambi i livelli è possibile distinguere in base a tempo, natura, intenzionalità)	Famiglia (motivazioni per i lasciti)
	Sistema economico (proporzione di ricchezza derivante da eredità rispetto alla ricchezza aggregata)

Anche la ricchezza totale può essere studiata a livello familiare e a livello di intero sistema economico.

Livello familiare	Livello di sistema economico
Motive ereditario (“pride”)	Ricchezza ereditata (<i>inherited wealth</i>)
	Ricchezza accumulata nel ciclo vitale (<i>life-cycle wealth</i>) derivante da:
	Risparmio da destinare a lasciti (“pride”)
Motive precauzionale (“precaution”)	Risparmio precauzionale (“precaution”)
Motive previsionale (“foresight”)	Risparmio <i>life-cycle</i> (“foresight”)

L'importanza della quota dei lasciti sulla ricchezza totale varia, tra l'altro, a seconda dell'inclusione o meno dei proventi derivanti dalla ricchezza ereditata.

Visione K&S	Visione Modigliani
Inclusione nella quota dei lasciti	Non inclusione nella quota dei lasciti
Il risparmio da destinare ai lasciti deve tener conto del tasso di rendimento della ricchezza ereditata	I proventi sulla ricchezza ereditata sono considerati "reddito" e confluiscono nelle risorse vitali
Influenza indiretta dei lasciti sulla ricchezza ereditata per il tramite degli effetti dei lasciti ricevuti (BR) sul consumo (C)	Influenza diretta dei lasciti sulla ricchezza ereditata per il concetto di risparmio impiegato
Misura appropriata se tutti i guadagni capitalizzati sulla ricchezza ereditata fossero risparmiati $\frac{\partial C}{\partial BR} = 0$	Misura appropriata se tutti i guadagni capitalizzati sulla ricchezza ereditata fossero spesi $\frac{\partial C}{\partial BR} = 1$

La ricchezza trasmessa in eredità può essere espressione (e generalmente lo è tranne che nel primo caso particolare di seguito riportato) sia del movente precauzionale sia del movente ereditario.

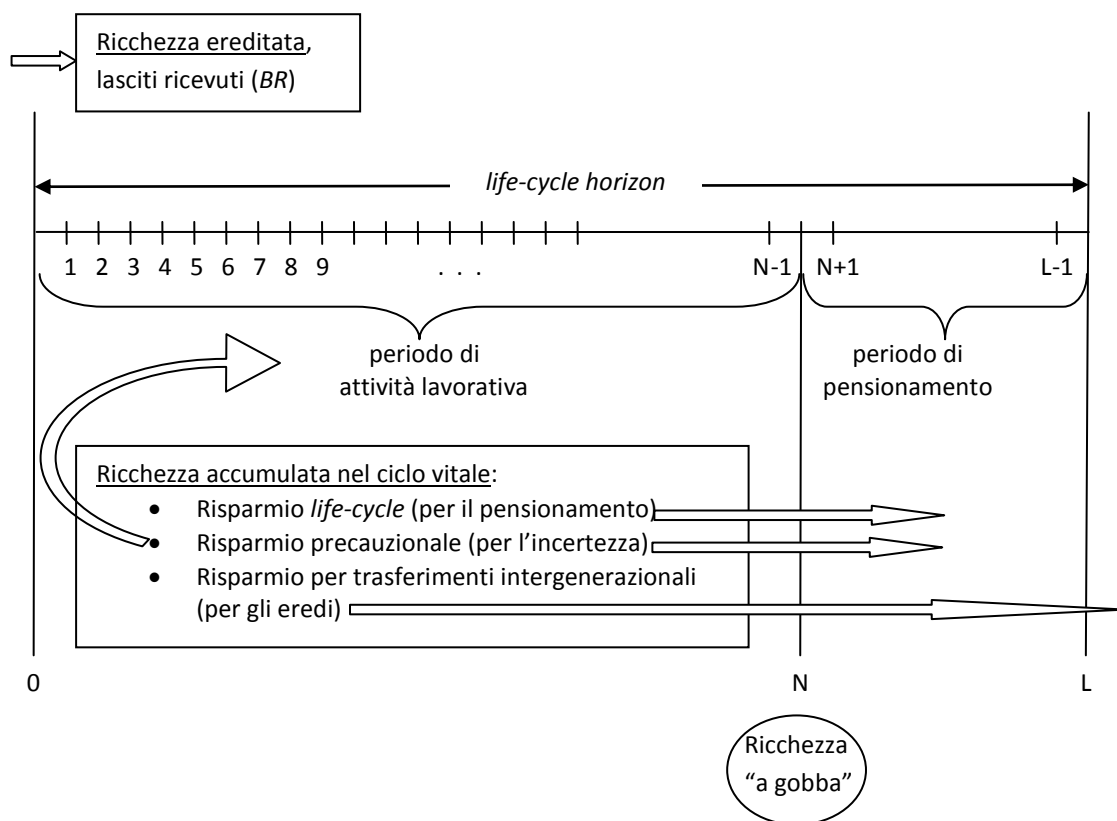
Casi estremi:

1. se la ricchezza a gobba è investita interamente in vitalizi, la ricchezza dopo il decesso è espressione del "puro" movente ereditario;
2. se la ricchezza a gobba non è investita in vitalizi (in nessun periodo e per nessun ammontare), la ricchezza dopo il decesso è espressione sia del movente precauzionale (per i lasciti non intenzionali) sia del movente ereditario (per i lasciti intenzionali).

Qualsiasi altro caso, in cui solo una parte della ricchezza "a gobba" è investita in vitalizi, si colloca all'interno dei due casi estremi, conducendo ad un valore della ricchezza dopo il decesso che è espressione di entrambi i moventi: il movente precauzionale ha trovato soddisfazione solo nella parte investita in vitalizi, lasciando la parte residua o per l'eventuale integrazione del vitalizio o per i lasciti non

intenzionali (in quanto i lasciti intenzionali fanno capo alla quota di risparmio destinata esplicitamente agli eredi).

La figura seguente illustra i diversi tipi di risparmio e ricchezza nel ciclo vitale.



Capitolo 8 – La considerazione dei lasciti nel modello del ciclo vitale

Nella formulazione originale della LCH non è considerato il movente ereditario ed è facile notare che se, unitamente all'assenza del *bequest factor*, si fosse considerato come «schema di riferimento per la *misura del reddito e del consumo* [...] l'intero periodo *vitale*, si sarebbe potuto immediatamente concludere che la propensione media e quella marginale al consumo rispetto al reddito vitale sono uguali tra loro ed uguali per tutte le “famiglie” indipendentemente dal reddito vitale giacché chiaramente tale propensione doveva essere uguale all'unità»²⁰².

La coincidenza tra propensione marginale (MPC) e propensione media (APC) al consumo vitale implicava che «la quota aggregata del risparmio avrebbe dovuto essere indipendente dal reddito *pro capite*»²⁰³; la circostanza, poi, che la propensione fosse pari all'unità per tutte le famiglie rendeva la quota aggregata del risparmio non collegata con la parsimonia individuale. Nonostante l'assunzione semplificatrice della LCH originaria, gli autori trovarono che «il modello era coerente con un tasso aggregato del risparmio positivo (o negativo) ma che questo tasso dipenderebbe in primo luogo dal *tasso di sviluppo* del reddito»²⁰⁴.

Inoltre, se si postula che (per ogni dato tasso di interesse) il sentiero preferito di allocazione del consumo (delle risorse vitali) in ogni sottoperiodo della vita sia indipendente dal volume di risorse da allocare, si può estendere la proposizione circa la coincidenza di APC e MPC (rispetto alle risorse vitali) a qualsiasi sottoperiodo della vita. Da un punto di vista tecnico, «ciò corrisponde a postulare che la funzione (ordinale) del consumo $U(C_1, C_2, \dots, C_L)$ – dove C_t indica il consumo reale all'età t – sia omotetica, cioè omogenea di qualsiasi grado positivo in tutti i suoi argomenti. Questo postulato implica, infatti, che C_t possa essere espresso come $C_t = kV_t$. V_t indica le risorse vitali all'età t »²⁰⁵. Formalmente, l'omotetia si esprime attraverso l'uguaglianza $\lambda^r U(C_1, C_2, \dots, C_L) = U(\lambda C_1, \lambda C_2, \dots, \lambda C_L)$, $\forall r > 0$, ed implica $C_t = kV_t$

²⁰² F. MODIGLIANI, «L'ipotesi del ciclo vitale del risparmio venti anni dopo», cit., p. 178. In questo paragrafo il corsivo (nostro) indica le ipotesi che conducono alla conclusione, che abbiamo sottolineato, della LCH di base.

²⁰³ *Ibidem*, p. 185.

²⁰⁴ *Ibidem*, p. 185.

²⁰⁵ *Ibidem*, p. 179.

($t = 1, 2, \dots, L$), dove $V_t = Y_t^e + W_t$, in cui Y_t^e denota il valore attuale del reddito da lavoro atteso (la “ricchezza umana” à la Friedman) e W_t indica il valore di mercato del patrimonio netto (la “ricchezza non umana”). Per di più, «il fattore di proporzionalità k è indipendente da V_t [$\partial k / \partial V_t = 0$], sebbene dipenderà generalmente dall'età t (che riflette i gusti) e dal tasso reale d'interesse (che riflette le opportunità di mercato) [$k = k(t, r)$]»²⁰⁶.

Il livello di analisi a cui era possibile addivenire sotto le assunzioni di (1) assenza del movente ereditario e (2) definizione dell'orizzonte temporale come l'intero periodo vitale, suggerì ai due autori della LCH di non considerare il movente ereditario nella formulazione originale del modello anche se, «almeno in termini di implicazioni globali, questa ipotesi poteva essere sostituita da un'altra meno rigida e più plausibile»²⁰⁷.

Le principali implicazioni aggregative della LCH di base: elencazione

Nell'articolo del 1979, nell'ambito delle implicazioni aggregative della LCH, le due principali riguardano:

1. la relazione tra quota di risparmio e tasso di crescita del reddito²⁰⁸;
2. la derivazione di una funzione aggregata del consumo (C) come funzione lineare del reddito da lavoro aggregato (Y^L) e della ricchezza privata aggregata (A)²⁰⁹.

È in base a considerazioni sulla funzione di consumo aggregato nell'ambito della LCH di base (in assenza di lasciti) che gli autori estendono i risultati anche nel caso in cui i lasciti siano considerati nel modello, caso che verrà analizzato nel paragrafo successivo.

²⁰⁶ *Ibidem*, p. 179.

²⁰⁷ *Ibidem*, p. 178.

²⁰⁸ La relazione è nel senso che «lo sviluppo del reddito avrebbe condotto a una quota del risparmio positiva» (*ibidem*, p. 186), analizzando specificamente il caso di un'economia stazionaria e quello di un'economia con un tasso di crescita costante.

²⁰⁹ Per ciascun anno t , quindi, si avrebbe la funzione di consumo aggregato $C_t = \alpha_t Y_t^L + \delta_t A_t$.

LCH con lasciti: estensione del modello originario

Riprendiamo adesso dalla considerazione che è possibile sostituire l'ipotesi di assenza dei lasciti con una meno restrittiva: l'ipotesi "meno rigida e più plausibile" è quella «abbastanza ragionevole che il comportamento dovuto all'eredità può essere spiegato da un'ipotesi di reddito relativo generalizzata»²¹⁰.

Più specificamente, si tratta di modificare il postulato di omogeneità della funzione di consumo (che prescrive aumenti proporzionali del consumo ad aumenti delle risorse vitali) con la seguente, meno rigida, proposizione: «l'allocatione preferita del *consumo vitale* nell'ambito di sottoperiodi della vita [il sentiero di consumo ottimo intertemporale] è indipendente dalla grandezza del *consumo vitale*»²¹¹. In altri termini, maggiori risorse vitali, che implicano un maggior consumo vitale, non modificano – secondo questa ipotesi – la forma del sentiero di consumo ottimo, sebbene lo stesso si attesti ad un livello più elevato. Con l'inclusione della ricchezza ereditata nelle risorse vitali, il consumo vitale può essere inferiore alle stesse risorse vitali, anche in considerazione dell'esplicito «motivo di orgoglio» à la Keynes²¹²: il movente ereditario, in questo caso, potrebbe far destinare una parte di risorse vitali a lasciti, riducendo quindi il consumo vitale.

Con riferimento alla funzione di consumo aggregato, essa è ottenuta dall'aggregazione delle funzioni di consumo individuale risultanti dal processo di massimizzazione vincolata della funzione di utilità individuale. Le funzioni di consumo individuale sono dipendenti dalle risorse vitali e dal tasso di rendimento del patrimonio sulla base di parametri influenzati dall'età. Da quanto qui ribadito, ai fini della derivazione della funzione di consumo aggregato, appare evidente l'importanza delle assunzioni relative alla funzione di utilità individuale nonché alla composizione per età della popolazione. L'inserimento dei lasciti comporta un aumento delle risorse vitali (che adesso, oltre alla "ricchezza umana", includono anche i lasciti ricevuti) nonché lo studio del "risparmio vitale" (*LS*), dato dalla differenza tra lasciti donati (*BL*) e lasciti ricevuti (*BR*), in termini di condizione di equilibrio di lungo periodo.

²¹⁰ *Ibidem*, pp. 191-192.

²¹¹ *Ibidem*, p. 192.

²¹² J.M. KEYNES, «The General Theory», cit., cap. IX.

In particolare, l'equazione del consumo aggregato $C_t = \alpha_t Y_t^L + \delta_t A_t$ continua ad essere valida con α e δ costanti ($\alpha_t = \alpha$, $\delta_t = \delta$, $\forall t$) se si verificano le seguenti due ipotesi²¹³:

- i. la quota di risorse accantonate da una famiglia, in media, per l'eredità è una stabile funzione (non decrescente) dell'ammontare delle sue risorse vitali *relativamente* al livello medio delle risorse del suo gruppo di età²¹⁴;
- ii. la distribuzione di frequenza del rapporto tra risorse vitali e risorse vitali medie per ciascun gruppo di età è anch'essa stabile nel tempo²¹⁵.

Si può osservare che la prima ipotesi assicura che i «lasciti donati (BL) rappresentino una frazione, diciamo γ , delle risorse vitali $\hat{Y}$, $BL = \gamma(\hat{Y} + BR)$, dove BR denota i lasciti ricevuti»²¹⁶. La seconda ipotesi, peraltro, assicura che « γ è costante nel tempo (e presumibilmente minore di 1)»²¹⁷. Le due ipotesi implicano, nel caso di tassi di crescita della popolazione e della produttività pari a zero e di redditi da lavoro costanti, che anche la ricchezza privata aggregata (A) tende ad essere costante, conducendo ad un risparmio nullo²¹⁸. Se il risparmio in ciascun periodo è nullo, è immediato osservare che l'ammontare dei lasciti donati agli eredi sarà uguale ai lasciti ricevuti.

Ancora, si può notare facilmente che il risparmio vitale $LS = BL - BR = \gamma\hat{Y} - (1 - \gamma)BR$ gode delle seguenti proprietà:

1. aumenta con $\hat{Y}$ ($\partial LS / \partial \hat{Y} > 0$);
2. diminuisce con BR ($\partial LS / \partial BR = \gamma - 1 < 0$);
3. è nullo se $BR = \frac{\gamma}{1 - \gamma} \hat{Y}$. Allorché $LS = 0$ si ha che lasciti donati e ricevuti sono

²¹³ Sebbene adesso α e δ dipenderanno anche dalla forma specifica della funzione di eredità.

²¹⁴ Suddividendo le famiglie per classi di età e calcolando le risorse vitali medie di ciascun gruppo, questa ipotesi afferma la stabilità della quota di risorse accantonate per l'eredità espressa in termini di funzione non decrescente del rapporto tra risorse vitali della famiglia e risorse vitali medie del suo gruppo di appartenenza.

²¹⁵ Il rapporto tra risorse vitali della famiglia e risorse vitali medie del suo gruppo di appartenenza (che rappresenta la variabile indipendente della funzione di cui all'ipotesi precedente) presenta una distribuzione di frequenza stabile nel tempo.

²¹⁶ F. MODIGLIANI, «Life Cycle, Individual Thrift, and the Wealth of Nations», *American Economic Review*, 1986, p. 308, traduzione nostra. Qui viene fatta la posizione $\hat{Y} = \hat{Y} + BR$, dove $\hat{Y}$ rappresenta le risorse accumulate in vita.

²¹⁷ *Ibidem*, p. 308.

²¹⁸ Il risparmio del periodo t è la differenza tra la ricchezza detenuta in $t+1$ e quella detenuta in t .

esattamente uguali ($BL = BR$), rappresentando, quindi, la stessa proporzione delle risorse accumulate in vita. Quest'ultima condizione deve essere verificata in equilibrio di lungo periodo poiché, «se BR è più piccolo [del valore di equilibrio che rende nullo LS], allora ci sarà un risparmio positivo che aumenterà BR , e ridurrà LS sino a renderlo nullo; e *vice versa* se BR è più grande [di $\frac{\gamma}{1-\gamma} \hat{Y}$]»²¹⁹.

È facile osservare che la frazione (γ) delle risorse vitali accumulate in vita nel modello con lasciti ($\hat{\gamma} = \hat{Y} + BR$) – frazione che rappresenta i lasciti donati – è la variabile fondamentale per determinare l'ammontare di lasciti ricevuti nella condizione di equilibrio di lungo periodo in economia stazionaria, quando i risparmi vitali sono nulli.

Di seguito riportiamo una simulazione in cui calcoliamo i valori del risparmio vitale (LS) in funzione di una “ricchezza umana” ($\hat{Y}$) pari a 100 e di diversi valori dei lasciti ricevuti ($0 \leq BR \leq 1300$, $\Delta BR = 50$): tale simulazione è condotta per valori di γ (la frazione delle risorse vitali donata agli eredi) compresi tra 0 ed 1 (con scarti di 0.1).

$$LS = \gamma \hat{Y} - (1 - \gamma) BR$$

$$\hat{Y} = 100$$

$\gamma =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
BR	$LS \gamma=0,1$	$LS \gamma=0,2$	$LS \gamma=0,3$	$LS \gamma=0,4$	$LS \gamma=0,5$	$LS \gamma=0,6$	$LS \gamma=0,7$	$LS \gamma=0,8$	$LS \gamma=0,9$
0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
50	-35	-20	-5	10	25	40	55	70	85
100	-80	-60	-40	-20	0	20	40	60	80
150	-125	-100	-75	-50	-25	0	25	50	75
200	-170	-140	-110	-80	-50	-20	10	40	70
250	-215	-180	-145	-110	-75	-40	-5	30	65
300	-260	-220	-180	-140	-100	-60	-20	20	60
350	-305	-260	-215	-170	-125	-80	-35	10	55
400	-350	-300	-250	-200	-150	-100	-50	0	50
450	-395	-340	-285	-230	-175	-120	-65	-10	45
500	-440	-380	-320	-260	-200	-140	-80	-20	40
550	-485	-420	-355	-290	-225	-160	-95	-30	35
600	-530	-460	-390	-320	-250	-180	-110	-40	30

²¹⁹ *Ibidem*, p. 308, traduzione nostra.

$\gamma =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
BR	LS $\gamma=0,1$	LS $\gamma=0,2$	LS $\gamma=0,3$	LS $\gamma=0,4$	LS $\gamma=0,5$	LS $\gamma=0,6$	LS $\gamma=0,7$	LS $\gamma=0,8$	LS $\gamma=0,9$
650	-575	-500	-425	-350	-275	-200	-125	-50	25
700	-620	-540	-460	-380	-300	-220	-140	-60	20
750	-665	-580	-495	-410	-325	-240	-155	-70	15
800	-710	-620	-530	-440	-350	-260	-170	-80	10
850	-755	-660	-565	-470	-375	-280	-185	-90	5
900	-800	-700	-600	-500	-400	-300	-200	-100	0
950	-845	-740	-635	-530	-425	-320	-215	-110	-5
1000	-890	-780	-670	-560	-450	-340	-230	-120	-10
1050	-935	-820	-705	-590	-475	-360	-245	-130	-15
1100	-980	-860	-740	-620	-500	-380	-260	-140	-20
1150	-1025	-900	-775	-650	-525	-400	-275	-150	-25
1200	-1070	-940	-810	-680	-550	-420	-290	-160	-30
1250	-1115	-980	-845	-710	-575	-440	-305	-170	-35
1300	-1160	-1020	-880	-740	-600	-460	-320	-180	-40

Valore di BR di l.p.	11,11	25	42,86	66,67	100	150	233,3	400	900
-------------------------	-------	----	-------	-------	-----	-----	-------	-----	-----

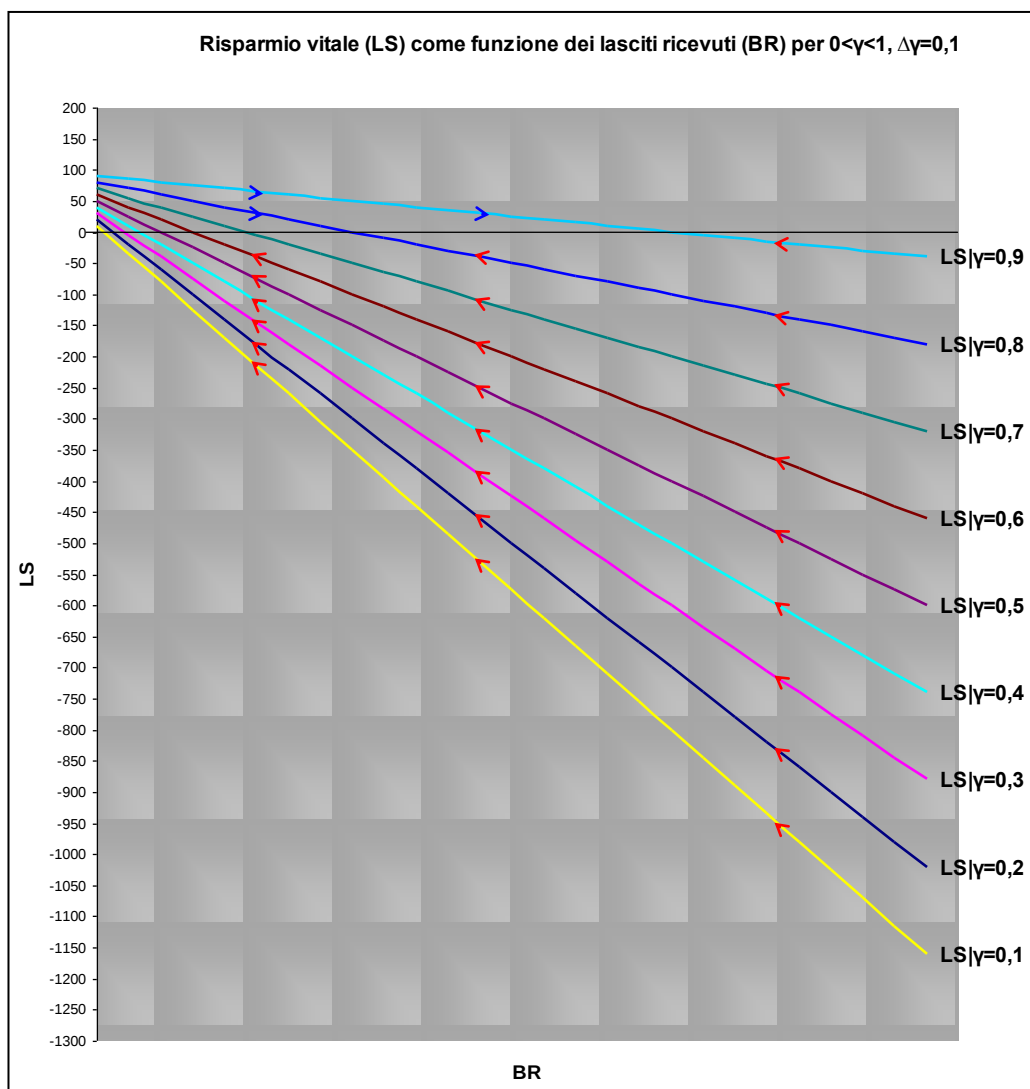


Figura 9 – Convergenza a zero del risparmio vitale nel lungo periodo

La generalizzazione della LCH originaria che include i lasciti ereditari ha una serie di implicazioni importanti, alcune delle quali sono riportate dallo stesso Modigliani nella sua *Nobel Lecture*²²⁰.

In particolare, con riferimento alla figura 2 (che riportiamo sotto evidenziando in rosso le differenze implicate dai lasciti), i lasciti ricevuti all'età t innalzano il sentiero della ricchezza, $A(T)$, dall'età t in poi, provocandone una traslazione verso l'alto sino all'età del decesso (L), in cui si registrerà un livello di ricchezza $BL = BR$. Naturalmente, la considerazione dei lasciti (oltre a modificare la ricchezza nel senso che si è detto) fa aumentare le risorse vitali, che adesso sono date (per ciascun periodo) dai redditi da lavoro futuri scontati ($Y(T)$ nel caso di tassi di interesse nulli) più i lasciti ricevuti (BR). Le aree individuate in figura 2 con *SAVING* e *DISSAVING* non sono più equivalenti e differiscono proprio per l'ammontare dei lasciti ricevuti, che sono uguali – nell'ipotesi di economia stazionaria illustrata in figura 2 – ai lasciti donati all'atto del decesso (BL).

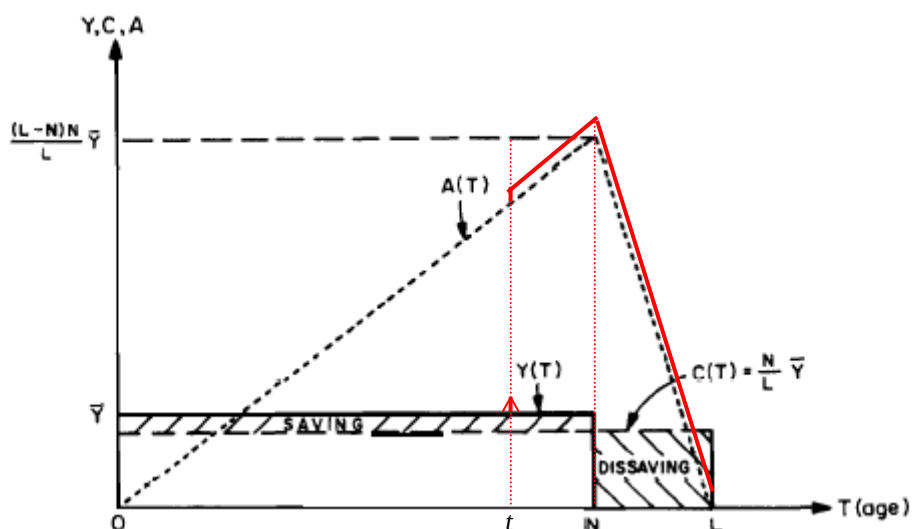


Figura 2 – Reddito, consumo, risparmio e ricchezza in funzione dell'età nella LCH di base, in rosso le modifiche implicate dai lasciti

Per una più immediata comprensione delle differenze esistenti tra la LCH originaria e la LCH con lasciti, al fine di evidenziare l'effetto dei lasciti ricevuti su risorse vitali, ricchezza accumulata, *saving* e *dissaving* dall'età di ricevimento del

²²⁰ *Ibidem*, p. 308.

lascito, si riporta di seguito un'applicazione numerica della LCH che mette a confronto il modello originario (a sinistra) con la LCH che considera i lasciti (a destra). In particolare, si considera il caso in cui il reddito percepito $Y(T)$ è posto uguale a 100 nei primi 65 anni di vita ($Y(T)=100$ per $0 \leq T < 65$) e nullo dall'età di pensionamento ($N = 65$) sino al decesso ($L = 90$) ($Y(T) = 0$ per $65 = N \leq T \leq L = 90$).

Inoltre, si considera, nella tabella di destra, il ricevimento di un lascito all'età 50 ($t = 50$) pari al 60% del reddito annuo costante percepito fino all'età 64 ($BR_t = 60,00$); nella tabella di sinistra, naturalmente, non si considera alcun lascito.

I dati di input della simulazione numerica sono evidenziati nei riquadri che seguono ($Y(T)$, N , L , per il caso senza lasciti e, oltre ai precedenti, anche t e BR_t per il caso con lasciti); in essi viene ricordato anche il significato delle variabili nonché le formule che danno luogo ai sentieri "vitali" di consumo, ricchezza, risparmio.

$Y(T < N) =$	reddito da lavoro annuo in età attiva =	100,00
$\bar{Y} =$	reddito medio annuo in età attiva = $1/N \cdot \sum_{T < N} Y(T) =$	100,00
$C(T) =$	consumo = $N/(L+1) \cdot Y =$	71,43
$A(T) =$	ricchezza	
$N =$	età di pensionamento =	65
$L =$	età del decesso =	90
Saving =	risparmio = $N \cdot (\bar{Y} - C) =$	1.857,14
Dissaving =	risparmio negativo = $(L - N + 1) \cdot C =$	1.857,14

$Y(T < N) =$	reddito da lavoro annuo in età attiva =	100,00
$\bar{Y} =$	reddito medio annuo in età attiva = $1/N \cdot \sum_{T < N} [Y(T) + BR] =$	100,92
$C(T) =$	consumo = $N/(L+1) \cdot Y =$	71,43
$A(T) =$	ricchezza	
$N =$	età di pensionamento =	65
$L =$	età del decesso =	90
Saving =	risparmio = $N \cdot (\bar{Y} - C) =$	1.917,14
Dissaving =	risparmio negativo = $(L - N + 1) \cdot C =$	1.857,14

$t =$	età in cui si riceve il lascito =	50
$BR_t =$	valore del lascito ricevuto in proporzione al reddito =	60,00
$BL_L =$	valore del lascito donato in proporzione al reddito =	60,00

T	Y(T)	C(T)	A(T)	Y(T) - C(T)		
			0			
0	100,00	71,43	28,57	28,57		
1	100,00	71,43	57,14	28,57		
2	100,00	71,43	85,71	28,57		
3	100,00	71,43	114,29	28,57		
4	100,00	71,43	142,86	28,57		
5	100,00	71,43	171,43	28,57		
6	100,00	71,43	200,00	28,57		
7	100,00	71,43	228,57	28,57		
8	100,00	71,43	257,14	28,57		
9	100,00	71,43	285,71	28,57		
10	100,00	71,43	314,29	28,57		
11	100,00	71,43	342,86	28,57		
12	100,00	71,43	371,43	28,57		
13	100,00	71,43	400,00	28,57		
14	100,00	71,43	428,57	28,57		
15	100,00	71,43	457,14	28,57		
16	100,00	71,43	485,71	28,57		
17	100,00	71,43	514,29	28,57		
18	100,00	71,43	542,86	28,57		
19	100,00	71,43	571,43	28,57		
20	100,00	71,43	600,00	28,57		
21	100,00	71,43	628,57	28,57		
22	100,00	71,43	657,14	28,57		
23	100,00	71,43	685,71	28,57		
24	100,00	71,43	714,29	28,57		
25	100,00	71,43	742,86	28,57		
26	100,00	71,43	771,43	28,57		
27	100,00	71,43	800,00	28,57		
28	100,00	71,43	828,57	28,57		
29	100,00	71,43	857,14	28,57		
30	100,00	71,43	885,71	28,57		
31	100,00	71,43	914,29	28,57		
32	100,00	71,43	942,86	28,57		
33	100,00	71,43	971,43	28,57		

T	Y(T)	BR	Y(T)+BR	C(T)	A(T)	Y(T)+BR-C(T)		
					0			
0	100,00	-	100,00	71,43	28,57	28,57		
1	100,00	-	100,00	71,43	57,14	28,57		
2	100,00	-	100,00	71,43	85,71	28,57		
3	100,00	-	100,00	71,43	114,29	28,57		
4	100,00	-	100,00	71,43	142,86	28,57		
5	100,00	-	100,00	71,43	171,43	28,57		
6	100,00	-	100,00	71,43	200,00	28,57		
7	100,00	-	100,00	71,43	228,57	28,57		
8	100,00	-	100,00	71,43	257,14	28,57		
9	100,00	-	100,00	71,43	285,71	28,57		
10	100,00	-	100,00	71,43	314,29	28,57		
11	100,00	-	100,00	71,43	342,86	28,57		
12	100,00	-	100,00	71,43	371,43	28,57		
13	100,00	-	100,00	71,43	400,00	28,57		
14	100,00	-	100,00	71,43	428,57	28,57		
15	100,00	-	100,00	71,43	457,14	28,57		
16	100,00	-	100,00	71,43	485,71	28,57		
17	100,00	-	100,00	71,43	514,29	28,57		
18	100,00	-	100,00	71,43	542,86	28,57		
19	100,00	-	100,00	71,43	571,43	28,57		
20	100,00	-	100,00	71,43	600,00	28,57		
21	100,00	-	100,00	71,43	628,57	28,57		
22	100,00	-	100,00	71,43	657,14	28,57		
23	100,00	-	100,00	71,43	685,71	28,57		
24	100,00	-	100,00	71,43	714,29	28,57		
25	100,00	-	100,00	71,43	742,86	28,57		
26	100,00	-	100,00	71,43	771,43	28,57		
27	100,00	-	100,00	71,43	800,00	28,57		
28	100,00	-	100,00	71,43	828,57	28,57		
29	100,00	-	100,00	71,43	857,14	28,57		
30	100,00	-	100,00	71,43	885,71	28,57		
31	100,00	-	100,00	71,43	914,29	28,57		
32	100,00	-	100,00	71,43	942,86	28,57		
33	100,00	-	100,00	71,43	971,43	28,57		

*Tabella 1a – Le variabili vitali nella LCH originaria (a sinistra) e nella LCH con lasciti (a destra):
coincidenza dei sentieri vitali negli anni in cui non si riceve alcun lascito*

T	Y(T)	C(T)	A(T)	Y(T) - C(T)		
34	100,00	71,43	1.000,00	28,57		
35	100,00	71,43	1.028,57	28,57		
36	100,00	71,43	1.057,14	28,57		
37	100,00	71,43	1.085,71	28,57		
38	100,00	71,43	1.114,29	28,57		
39	100,00	71,43	1.142,86	28,57		
40	100,00	71,43	1.171,43	28,57		
41	100,00	71,43	1.200,00	28,57		
42	100,00	71,43	1.228,57	28,57		
43	100,00	71,43	1.257,14	28,57		
44	100,00	71,43	1.285,71	28,57		
45	100,00	71,43	1.314,29	28,57		
46	100,00	71,43	1.342,86	28,57		
47	100,00	71,43	1.371,43	28,57		
48	100,00	71,43	1.400,00	28,57		
49	100,00	71,43	1.428,57	28,57		
50	100,00	71,43	1.457,14	28,57		
51	100,00	71,43	1.485,71	28,57		
52	100,00	71,43	1.514,29	28,57		
53	100,00	71,43	1.542,86	28,57		
54	100,00	71,43	1.571,43	28,57		
55	100,00	71,43	1.600,00	28,57		
56	100,00	71,43	1.628,57	28,57		
57	100,00	71,43	1.657,14	28,57		
58	100,00	71,43	1.685,71	28,57		
59	100,00	71,43	1.714,29	28,57		
60	100,00	71,43	1.742,86	28,57		
61	100,00	71,43	1.771,43	28,57		
62	100,00	71,43	1.800,00	28,57		
63	100,00	71,43	1.828,57	28,57		
64	100,00	71,43	1.857,14	28,57	1.857,14	SAVING
65	-	71,43	1.785,71	- 71,43		
66	-	71,43	1.714,29	- 71,43		

T	Y(T)	BR	Y(T)+BR	C(T)	A(T)	Y(T)+BR-C(T)		
34	100,00	-	100,00	71,43	1.000,00	28,57		
35	100,00	-	100,00	71,43	1.028,57	28,57		
36	100,00	-	100,00	71,43	1.057,14	28,57		
37	100,00	-	100,00	71,43	1.085,71	28,57		
38	100,00	-	100,00	71,43	1.114,29	28,57		
39	100,00	-	100,00	71,43	1.142,86	28,57		
40	100,00	-	100,00	71,43	1.171,43	28,57		
41	100,00	-	100,00	71,43	1.200,00	28,57		
42	100,00	-	100,00	71,43	1.228,57	28,57		
43	100,00	-	100,00	71,43	1.257,14	28,57		
44	100,00	-	100,00	71,43	1.285,71	28,57		
45	100,00	-	100,00	71,43	1.314,29	28,57		
46	100,00	-	100,00	71,43	1.342,86	28,57		
47	100,00	-	100,00	71,43	1.371,43	28,57		
48	100,00	-	100,00	71,43	1.400,00	28,57		
49	100,00	-	100,00	71,43	1.428,57	28,57		
50	100,00	60,00	160,00	71,43	1.517,14	88,57		
51	100,00	-	100,00	71,43	1.545,71	28,57		
52	100,00	-	100,00	71,43	1.574,29	28,57		
53	100,00	-	100,00	71,43	1.602,86	28,57		
54	100,00	-	100,00	71,43	1.631,43	28,57		
55	100,00	-	100,00	71,43	1.660,00	28,57		
56	100,00	-	100,00	71,43	1.688,57	28,57		
57	100,00	-	100,00	71,43	1.717,14	28,57		
58	100,00	-	100,00	71,43	1.745,71	28,57		
59	100,00	-	100,00	71,43	1.774,29	28,57		
60	100,00	-	100,00	71,43	1.802,86	28,57		
61	100,00	-	100,00	71,43	1.831,43	28,57		
62	100,00	-	100,00	71,43	1.860,00	28,57		
63	100,00	-	100,00	71,43	1.888,57	28,57		
64	100,00	-	100,00	71,43	1.917,14	28,57	1.917,14	SAVING
65	-	-	-	71,43	1.845,71	- 71,43		
66	-	-	-	71,43	1.774,29	- 71,43		

Tabella 1b – Le variabili vitali nella LCH originaria (a sinistra) e nella LCH con lasciti (a destra): l’impatto dei lasciti all’età del ricevimento su risorse vitali e stock di ricchezza

T	Y(T)	C(T)	A(T)	Y(T) - C(T)		
67	-	71,43	1.642,86	- 71,43		
68	-	71,43	1.571,43	- 71,43		
69	-	71,43	1.500,00	- 71,43		
70	-	71,43	1.428,57	- 71,43		
71	-	71,43	1.357,14	- 71,43		
72	-	71,43	1.285,71	- 71,43		
73	-	71,43	1.214,29	- 71,43		
74	-	71,43	1.142,86	- 71,43		
75	-	71,43	1.071,43	- 71,43		
76	-	71,43	1.000,00	- 71,43		
77	-	71,43	928,57	- 71,43		
78	-	71,43	857,14	- 71,43		
79	-	71,43	785,71	- 71,43		
80	-	71,43	714,29	- 71,43		
81	-	71,43	642,86	- 71,43		
82	-	71,43	571,43	- 71,43		
83	-	71,43	500,00	- 71,43		
84	-	71,43	428,57	- 71,43		
85	-	71,43	357,14	- 71,43		
86	-	71,43	285,71	- 71,43		
87	-	71,43	214,29	- 71,43		
88	-	71,43	142,86	- 71,43		
89	-	71,43	71,43	- 71,43		
90	-	71,43	0,00	- 71,43	1.857,14	DISSAVING
Σ	6.500,00	6.500,00	-----	0,00	BL	
max			1.857,14			

T	Y(T)	BR	Y(T)+BR	C(T)	A(T)	Y(T)+BR- C(T)		
67	-	-	-	71,43	1.702,86	- 71,43		
68	-	-	-	71,43	1.631,43	- 71,43		
69	-	-	-	71,43	1.560,00	- 71,43		
70	-	-	-	71,43	1.488,57	- 71,43		
71	-	-	-	71,43	1.417,14	- 71,43		
72	-	-	-	71,43	1.345,71	- 71,43		
73	-	-	-	71,43	1.274,29	- 71,43		
74	-	-	-	71,43	1.202,86	- 71,43		
75	-	-	-	71,43	1.131,43	- 71,43		
76	-	-	-	71,43	1.060,00	- 71,43		
77	-	-	-	71,43	988,57	- 71,43		
78	-	-	-	71,43	917,14	- 71,43		
79	-	-	-	71,43	845,71	- 71,43		
80	-	-	-	71,43	774,29	- 71,43		
81	-	-	-	71,43	702,86	- 71,43		
82	-	-	-	71,43	631,43	- 71,43		
83	-	-	-	71,43	560,00	- 71,43		
84	-	-	-	71,43	488,57	- 71,43		
85	-	-	-	71,43	417,14	- 71,43		
86	-	-	-	71,43	345,71	- 71,43		
87	-	-	-	71,43	274,29	- 71,43		
88	-	-	-	71,43	202,86	- 71,43		
89	-	-	-	71,43	131,43	- 71,43		
90	-	-	-	71,43	60,00	- 71,43	1.857,14	DISSAVING
Σ	6.500,00	60,00	6.560,00	6.500,00	-----	60,00	BL	
max					1.917,14			

*Tabella 1c – Le variabili vitali nella LCH originaria (a sinistra) e nella LCH con lasciti (a destra):
coincidenza tra lasciti ricevuti e lasciti donati all’atto del decesso in economia stazionaria*

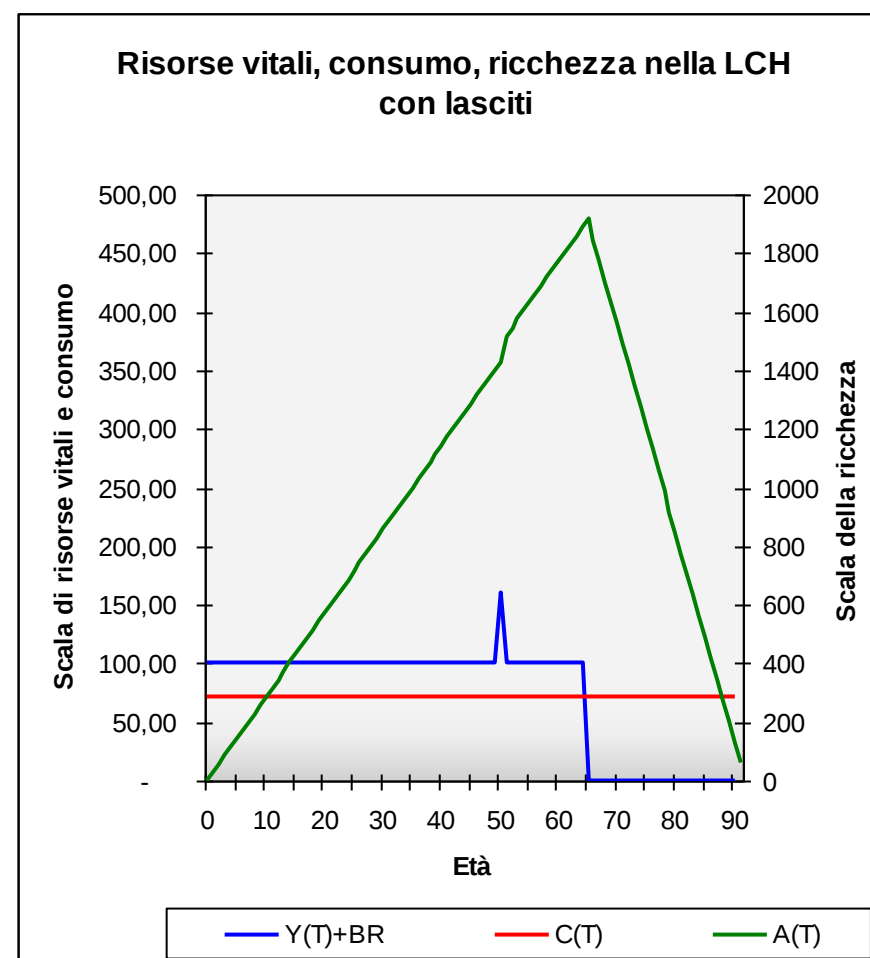
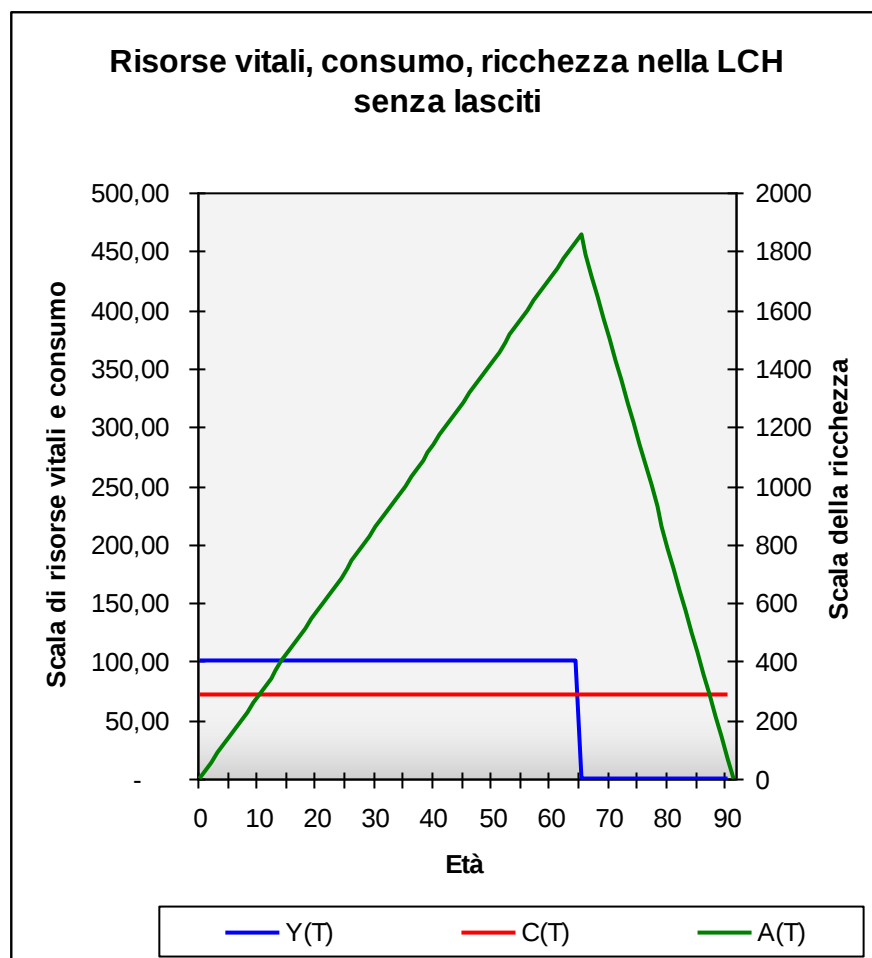


Figura 10 – Grafici di risorse vitali, consumo e ricchezza nella LCH senza lasciti e con lasciti

Dal confronto tra le tabelle ed i grafici rappresentativi dei due casi, emerge che:

- il consumo è sempre costante, uguale nei due casi e proporzionale al reddito percepito sino all'età 64;
- il risparmio è proporzionale alla differenza tra reddito medio e consumo, è differente nei due casi in quanto il reddito medio ($\bar{Y}$) è più alto nel modello con lasciti;
- la differenza tra *saving* e *dissaving* è pari all'ammontare dei lasciti ricevuti;
- i lasciti donati all'atto del decesso (BL_L) sono uguali ai lasciti ricevuti (BR_t).

Con l'inserimento dei lasciti nel modello, possono configurarsi diverse ipotesi differenti da quella qui considerata in economia stazionaria (con tassi di crescita di reddito, popolazione e produttività nulli). È possibile, infatti, che:

- a) si ricevano lasciti in diverse età (e non una sola volta nella vita);
- b) reddito, popolazione e produttività mostrino tassi di crescita non nulli;
- c) i tassi di crescita e di sconto intertemporale varino nel corso del ciclo vitale.

Le ipotesi a), b) e c) possono anche verificarsi congiuntamente e produrre, quindi, effetti intergenerazionali che tengano conto delle singole influenze di ognuna di esse.

Appare opportuno, prima di passare alla trattazione congiunta di incertezza e lasciti nel modello presentato nell'ultima sezione, concludere questa terza sezione riportando succintamente gli effetti delle singole ipotesi a), b) e c) sulle variabili vitali.

L'ipotesi a) di ricezione di più lasciti in diverse età è una generalizzazione della simulazione prima effettuata con riferimento ad un solo lascito ricevuto all'età 50. Rispetto alla simulazione, mantenendo tutte le altre ipotesi, l'introduzione di più lasciti in diverse età dà luogo alla formazione di più picchi nelle risorse vitali (alle età di ricezione dei lasciti) e dei corrispondenti salti nel sentiero della ricchezza; la differenza tra *saving* e *dissaving* nel ciclo vitale è uguale alla somma dei lasciti ricevuti ed eguaglierà i lasciti donati all'atto del decesso.

L'ipotesi b) di tassi di crescita di reddito, popolazione e produttività non nulli fa cadere la semplificazione di un'economia stazionaria ed impone di osservare gli effetti aggregati di tali tassi di crescita.

Per quanto riguarda il reddito, ad esempio, assumendo tassi di crescita positivi e costanti del reddito da lavoro, anche i lasciti ricevuti medi (BR) tenderanno a crescere al medesimo tasso e lo stesso vale per i lasciti donati (BL). In questo caso, però, i lasciti donati saranno superiori ai lasciti ricevuti di un fattore e^{rT} , dove T è il gap medio di età tra donante e ricevente. Più in generale, tassi di crescita positivi del reddito faranno in modo che i lasciti donati superino i lasciti ricevuti per effetto dell'interesse (positivo) da questi ultimi generato fino al loro trasferimento.

Per quanto riguarda la popolazione, tassi di crescita positivi implicano (rispetto ad una società stazionaria) che la quota di famiglie giovani che fa risparmio positivo è maggiore della quota di famiglie anziane che fa risparmio negativo: il risparmio aggregato, quindi, aumenta (effetto Neisser), ma le generazioni giovani detengono una ricchezza minore rispetto alle generazioni anziane.

Per quanto riguarda la produttività, tassi di crescita positivi implicano che le generazioni più giovani detengono maggiori risorse vitali rispetto alle generazioni più anziane e, quindi, i loro risparmi (positivi) sono maggiori del risparmio negativo delle (più povere) generazioni in pensione: anche in questo caso, il risparmio aggregato aumenta (effetto Bentzel), ma le generazioni giovani detengono una ricchezza maggiore rispetto alle generazioni meno giovani.

Quindi, con tassi di crescita di reddito, popolazione e produttività tutti positivi, avremmo che:

- i lasciti donati (BL) saranno superiori ai lasciti ricevuti (BR), con la conseguenza che il risparmio vitale ($LS = BL - BR$) sarà positivo e pari all'interesse generato dai lasciti ricevuti (effetto tasso di crescita positivo del reddito);
- il risparmio aggregato aumenterà ma la distribuzione intergenerazionale della ricchezza (aggiuntiva) dipende dalla prevalenza dell'effetto Neisser (generato dal tasso di crescita positivo della popolazione) o dell'effetto Bentzel (derivante dal tasso di crescita positivo della produttività), nel senso che se prevale il primo vi è una distribuzione intergenerazionale della ricchezza a favore delle generazioni anziane mentre se prevale il secondo la distribuzione è a favore delle generazioni giovani.

L'ipotesi c) di tassi di crescita e di sconto intertemporale non costanti nel ciclo vitale complica lo studio degli effetti di tali tassi sulle variabili vitali, poiché in

ciascun periodo si deve applicare un diverso tasso di crescita per la dinamica temporale delle variabili ed un diverso tasso di sconto intertemporale per il calcolo dei valori attuali.

La sezione che segue concluderà il lavoro illustrando dapprima la funzione di utilità impiegata e le regole di consumo ottimo in due modelli, uno ad orizzonte infinito, l'altro ad orizzonte finito con lasciti. Si condurrà, poi, un'analisi di convergenza delle due regole di consumo ed un'analisi di costanza del sentiero di consumo ottimo intertemporale nel caso di orizzonte finito con lasciti. L'ultimo capitolo interpreterà i risultati ottenuti e darà spunti per ricerche future.

SEZIONE IV – CONSIDERAZIONE CONGIUNTA DI INCERTEZZA E LASCITI NELL’ASSUNZIONE DELLE DECISIONI DI CONSUMO-

RISPARMIO	120
Capitolo 9 – La specificazione della funzione di utilità e le regole di consumo ottimo	125
Le funzioni di utilità della classe HARA.....	125
Funzione di utilità con coefficiente di avversione relativa al rischio costante (CRRA)	131
Funzione di utilità logaritmica.....	133
Derivazione delle regole di consumo ottimo nel modello ad orizzonte infinito (Phelps, 1962) e nel modello ad orizzonte finito con lasciti (Benitez-Silva, 2000) nella forma in cui sono espresse per il confronto	134
Funzione di utilità CRRA con coefficiente di avversione al rischio ρ	135
Funzione di utilità logaritmica	137
Sulla coincidenza tra la regola di consumo del primo periodo del modello ad orizzonte finito (c_0) e la regola di consumo del modello ad orizzonte infinito (c_∞)	138
L’andamento del consumo ottimo nel modello ad orizzonte finito con lasciti	143
Capitolo 10 – Considerazioni finali, interpretazioni, riflessioni	151
La condizione di costanza del sentiero di consumo ottimo con incertezza e lasciti	158
Il collegamento tra propensione ai lasciti, capitale culturale e livello di fiducia	164
CONCLUSIONE	172

Sezione IV – Considerazione congiunta di incertezza e lasciti nell'assunzione delle decisioni di consumo-risparmio

In questa quarta sezione, l'ultima della presente trattazione, ci proponiamo di studiare il comportamento ottimo di un consumatore che tenga in considerazione sia l'incertezza sia i lasciti nell'assunzione delle proprie decisioni di consumo-risparmio.

Ci siamo occupati dell'incertezza e dei lasciti, in modo disgiunto, rispettivamente nella seconda e terza sezione, con riferimento alle teorie del consumo di Friedman (PIH) e Modigliani-Brumberg (LCH), che sono state brevemente illustrate negli ultimi due capitoli della prima sezione (i capitoli terzo e quarto di questa tesi). In particolare, dopo aver illustrato, nella prima sezione, il concetto di reddito impiegato in quattro influenti modelli di consumo (da Keynes a Duesenberry, da Friedman a Modigliani-Brumberg), ci siamo concentrati sugli ultimi due, che considerano il reddito permanente/risorse vitali. Definita la variabile di stato del problema di ottimizzazione dinamica (il reddito, appunto), ci siamo occupati della considerazione dell'incertezza nei modelli PIH e LCH e dell'inclusione dei lasciti nel modello LCH.

Con riferimento all'incertezza (su redditi futuri e tassi di rendimento del patrimonio, ma anche sulla stessa durata della vita), è emerso il risparmio precauzionale: uno stock di risparmio accumulato con l'obiettivo di far fronte a shock negativi di reddito derivanti da eventi non programmati (né programmabili, a causa del contesto di incertezza) ed inteso a soddisfare il movente precauzionale (del risparmio).

Con specifico riguardo ai lasciti, si è osservata la condizione di lungo periodo del risparmio vitale (dato dalla differenza tra lasciti donati e lasciti ricevuti) che, in economia stazionaria (con tassi di crescita di reddito, popolazione e produttività nulli), ne garantisce la nullità (per l'uguaglianza di lasciti donati e ricevuti) come risultato di un processo dinamico di aggiustamento innescato da situazioni iniziali di disequilibrio (laddove i lasciti in entrata ed in uscita non siano dello stesso ammontare).

Trattati separatamente i due aspetti (incertezza da un lato, lasciti dall'altro), occorre scegliere un metodo per considerarli congiuntamente: utilizzeremo l'approccio basato sulla funzione di utilità, individuando – all'interno di una classe di funzioni comunemente impiegata, le HARA – una forma funzionale che garantisca (per costruzione) il soddisfacimento di ipotesi plausibili di avversione al rischio e la

contemporanea considerazione del *bequest motive* (come ipotesi aggiuntiva) quando si decide il sentiero ottimo di consumo (e risparmio) nel corso della vita.

Il metodo risolutivo impiegato sarà quello di massimizzazione a ritroso e le regole di consumo ottimo di ciascun periodo, che danno luogo al sentiero ottimo intertemporale, dipenderanno certamente dai tassi di interesse e di preferenza intertemporale riportati nell'equazione di Eulero (illustrata nel quinto capitolo) ma anche dal fattore che rappresenta i lasciti, assunto costante nell'arco della vita.

L'incertezza sarà modellata mediante l'impiego di una funzione di utilità che mostra determinate proprietà che conducono alla formazione di uno stock di risparmio deputato a coprire il verificarsi di eventuali shock negativi di reddito (il risparmio precauzionale). La formazione di questo stock di risparmio deriva dall'assunzione di un'utilità marginale del consumo positiva, decrescente e convessa rispetto al livello del consumo: l'effetto di atti marginali di consumo sull'utilità del soggetto è positivo ma sempre meno apprezzabile per livelli di consumo via via più elevati. Il livello di consumo, a sua volta, dipende dall'ammontare di risorse vitali e dalla forma della funzione di consumo. La funzione di consumo rappresenta le regole di consumo che il soggetto intende realizzare sulla base delle proprie risorse vitali e della propensione marginale al consumo: è proprio sulla propensione marginale al consumo che Keynes formulò la sua legge psicologica fondamentale, postulandola positiva ma decrescente.

Considerazioni di avversione al rischio, che partono invece dalle proprietà della funzione di utilità, sono state introdotte quando si è tentato di combinare il modello del ciclo vitale di Modigliani con la teoria – in termini di utilità attesa – delle scelte in condizioni di incertezza. Proseguiremo su questo approccio per modellare l'incertezza.

I lasciti sono introdotti nel modello integrando la funzione di utilità istantanea con un addendo aggiuntivo il cui coefficiente (generalmente assunto tra zero ed uno) rappresenta la propensione ai lasciti.

Nel capitolo 9 illustreremo la funzione di utilità impiegata, spiegandone le implicazioni e derivandone le regole di consumo ottimo, onde osservare l'andamento temporale del sentiero di consumo (ottimo) in orizzonte finito con lasciti. Quest'analisi di natura normativa sarà messa a confronto con il risultato di una

simulazione del modello di ottimizzazione dinamica in cui il flusso annuo dei lasciti ricevuti è pari all'1% della ricchezza totale detenuta in ogni periodo²²¹ nel caso di agenti con propensione ai lasciti nulla.

Le due simulazioni sono condotte nel caso di economia stazionaria (con tassi di crescita di reddito, popolazione e produttività tutti nulli) e per agenti che mostrano utilità logaritmica (con indice di avversione relativa al rischio unitario), tasso di preferenza intertemporale nullo, orizzonte temporale di 90 periodi, ricchezza iniziale nulla e reddito permanente pari a 100. In quest'ambito, le due simulazioni si differiscono proprio per le ipotesi relative ai lasciti (sia ricevuti sia donati); in particolare, i due scenari sono:

1. assenza di lasciti ricevuti e propensione ai lasciti²²² (da donare) di 0,66;
2. flusso annuo dei lasciti ricevuti pari all'1% della ricchezza detenuta in ciascun periodo²²³ e propensione ai lasciti (da donare) nulla.

Date le ipotesi di partenza, il valore di 0,66 assegnato alla propensione ai lasciti nel primo scenario è quello che permette ad entrambe le simulazioni di restituire la stessa media del rapporto ricchezza-reddito (pari – nei casi in esame – a 21,30).

In altre parole, si può affermare che l'analisi di simulazione del modello di ottimizzazione dinamica conduce ai seguenti risultati: un flusso annuo dei lasciti (ricevuti) pari all'1% della ricchezza totale detenuta in ogni periodo nel caso di agenti con propensione ai lasciti nulla (simulato attraverso un incremento dell'1% dello shock transitorio moltiplicativo di reddito) conduce allo stesso rapporto ricchezza-reddito che si avrebbe nel caso di assenza di lasciti ricevuti e propensione ai lasciti di 0,66. Le due simulazioni numeriche sono riportate in Appendice B.

Questo risultato sarà brevemente commentato e rappresenta un tentativo di avvicinare l'analisi normativa alle stime dei lasciti riportate nel settimo capitolo, nella logica dell'agente rappresentativo tipica dell'applicazione del metodo di programmazione dinamica alla teoria del consumo.

Nel capitolo 10 interpreteremo i risultati ottenuti e concluderemo la trattazione con spunti di riflessione per possibili ricerche future.

²²¹ Quota suggerita dalle stime sull'importanza dei lasciti riportate nel capitolo 7.

²²² Come in Benítez-Silva, «A Dynamic Model of Labor Supply, Consumption/Saving, and Annuity Decisions Under Uncertainty», 2000, Appendix.

²²³ Vedi *infra*, cap. 7, p. 88, § 2.

L'intera sezione rappresenta il nostro contributo, che mira a dare una spiegazione dapprima analitica (nel nono capitolo) poi descrittiva (nell'ultimo capitolo) – del processo di consumption smoothing, anche in presenza di risparmio precauzionale: i moventi precauzionale ed ereditario, congiuntamente considerati, danno origine ad un livello di ricchezza tale da rendere ottimale, sotto certe condizioni, un sentiero di consumo costante.

Se è vero che il solo risparmio precauzionale implicherebbe un sentiero del consumo ottimo intertemporale crescente, è pur vero che – con una funzione di utilità influenzata non solo dal consumo ma anche dal suo complemento al reddito (il risparmio) – può essere ottimale (e vedremo a quali condizioni lo è) mantenere un sentiero del consumo ottimo costante anche in presenza di risparmio precauzionale.

Da un punto di vista analitico, l'applicazione del teorema di Dini ad una funzione (implicita) di utilità che abbia come argomenti la ricchezza x e la funzione del consumo $c(x)$, ci è utile per spiegare che un aumento del consumo non legato ad un aumento della ricchezza diminuisce lo stock di ricchezza accumulato e riduce l'utilità.

È chiaro, del resto, che la ricchezza genera utilità attraverso il consumo (attuale e futuro) e che la scelta del sentiero ottimo del consumo intertemporale è l'obiettivo del consumatore lungimirante. La possibilità di rendere il consumo ottimo uniforme nel corso della vita sta alla base dell'ipotesi del ciclo vitale di Modigliani (LCH) così come dell'ipotesi del reddito permanente di Friedman (PIH); molti modelli di consumo recenti partono proprio da considerazioni di tipo LCH/PIH.

D'altra parte, la ricchezza genera utilità anche *per se*: livelli più elevati di ricchezza aumentano l'utilità, anche se non sono impiegati in atti di consumo.

Da un punto di vista descrittivo, si può affermare che – se a generare utilità sono sia atti di consumo sia atti di risparmio (inteso come non consumo) – è sempre possibile, sotto ipotesi di continuità e derivabilità della funzione di utilità rispetto al consumo, che sia ottimale un sentiero di consumo costante.

La stesura del capitolo 9 è stata dettata dall'esigenza di esplicitare, sia analiticamente sia graficamente, alcuni risultati di *paper* di riferimento per quanto riguarda (a) la classe di funzioni di utilità HARA²²⁴ e (b) il confronto tra la regola di

²²⁴ C. D. Carroll; M. S. Kimball, «On the Concavity of the Consumption Function», *Econometrica*, Vol. 64, No. 4. (July, 1996), pp. 981-992.

consumo ottimo del modello ad orizzonte infinito²²⁵ e quella del modello ad orizzonte finito con lasciti nel primo periodo di ottimizzazione dinamica²²⁶. L'analisi di convergenza della prima regola di consumo ottimo in orizzonte finito con lasciti con la regola in orizzonte infinito parte dalle forme funzionali prima illustrate; l'analisi di costanza procede in una direzione non esplorata perché preclusa dall'ipotesi di partenza di un fattore di importanza dei lasciti compreso tra zero ed uno: l'intero capitolo 10 sarà dedicato ad illustrare ipotesi di studio e motivazioni che potrebbero far rilasciare questa assunzione, anche con riferimento a considerazioni legate all'orizzonte temporale (oltre che agli aspetti definitivi, sempre molto importanti).

È appena il caso di ricordare – prima di addentrarci nella trattazione analitica del nono capitolo ed in quella più discorsiva del decimo – che l'impiego di regole di consumo esplicite è essenziale per addivenire a risultati che possano dar contezza di quanto ampio debba essere l'orizzonte temporale di riferimento affinché si verifichi la convergenza, da un lato, e la costanza, dall'altro, delle regole di consumo ottimo.

²²⁵ E.S. Phelps, (1962): «The Accumulation of Risky Capital: A Sequential Utility Analysis», *Econometrica*, 1962, n. 30, pp. 729–743.

²²⁶ H. Benítez-Silva, «A Dynamic Model of Labor Supply, Consumption/Saving, and Annuity Decisions Under Uncertainty», *JEL*, September 30, 2000.

Capitolo 9 – La specificazione della funzione di utilità e le regole di consumo ottimo

Le funzioni di utilità della classe HARA

Abbiamo già accennato che impiegheremo una funzione di utilità appartenente alla classe HARA: in questo paragrafo ne illustreremo la forma generale ed includeremo successivamente l'argomento relativo ai lasciti.

Il punto di partenza è costituito dalle argomentazioni presenti in Carroll e Kimball (1996)²²⁷ su questa classe di funzioni di utilità ampiamente impiegata. Essi mostrano che le funzioni di utilità HARA possono essere descritte come quella classe di funzioni che soddisfano la seguente condizione:

$$\frac{u'''(x) \cdot u'(x)}{[u''(x)]^2} = k \quad (9.1)$$

in cui

$$u'(x) = \frac{d}{dx} u(x) > 0 \quad (9.2)$$

$$u''(x) = \left(\frac{d}{dx} \right)^2 u(x) < 0 \quad (9.3)$$

$$u'''(x) = \left(\frac{d}{dx} \right)^3 u(x) > 0 \quad (9.4)$$

Qui la variabile indipendente x rappresenta la ricchezza totale, in quanto l'utilità deriva dall'impiego di questa ricchezza in atti di consumo e risparmio (e non solamente in consumo). Com'è ovvio, una maggiore ricchezza totale può essere ripartita in livelli di consumo e risparmio entrambi più elevati rispetto al caso di un livello più basso di ricchezza detenuta: adesso, con l'introduzione dei moventi precauzionale (per via dell'incertezza) ed ereditario (per via dei lasciti), anche il risparmio (oltre al consumo) genera utilità; appare quindi appropriato considerare la ricchezza totale (e non il mero consumo) come argomento della funzione di utilità²²⁸.

Considerazioni di incertezza conducono ad un risparmio precauzionale positivo,

²²⁷ C. D. CARROLL; M. S. KIMBALL, «On the Concavity of the Consumption Function», *Econometrica*, cit..

²²⁸ Va da sé che sarebbe corretto considerare il consumo come unica variabile indipendente della funzione di utilità qualora non siano presenti né incertezza né lasciti; in questo caso, infatti, la motivazione precauzionale del risparmio non genererebbe alcuna utilità (sarebbe assente) e l'unico motivo per risparmiare sarebbe quello di uniformare il consumo nel ciclo di vita.

comunemente modellato imponendo una derivata terza della funzione di utilità positiva, cioè la relazione (9.4). Inoltre, assunzioni plausibili sull'utilità marginale della ricchezza ne impongono la positività (la relazione (9.2)) e la decrescenza (la relazione (9.3)).

Con le ipotesi suddette, è immediato osservare che k nella (9.1) è una costante positiva, cioè

$$\frac{u'''(x) \cdot u'(x)}{[u''(x)]^2} = k > 0 \quad (9.5)$$

È importante notare che le funzioni di utilità più comunemente impiegate appartengono alla classe HARA e, più specificamente, si ha:

- utilità quadratica se $k = 0$ ²²⁹;
- utilità CARA se $k = 1$;
- utilità CRRA se $k > 1$.

La generica forma della funzione di utilità HARA si ottiene come segue:

- si riscrive la (9.1) nella forma

$$\frac{u'''(x)}{u''(x)} = k \cdot \frac{u''(x)}{u'(x)} \quad (9.1a)$$

- ricordando la forma della derivata logaritmica, la (9.1a) è uguale a

$$d \log u''(x) = k \cdot d \log u'(x) \quad (9.1b)$$

- integrando la (9.1b) rispetto ad x si ottiene il seguente integrale primo della (9.1)

$$\log u''(x) = k \cdot \log u'(x) + A \quad (9.6)$$

- ponendo la (9.6) come esponente di una potenza di base e si ha

$$e^{\log u''(x)} = e^{k \cdot \log u'(x) + A} \quad (9.7)$$

- ricordando che $\log$ rappresenta il logaritmo naturale e semplificando la (9.7), si ha

$$u''(x) = e^A + u'(x)^k \quad (9.8)$$

- integrando la (9.8) rispetto ad x si ottiene il seguente integrale secondo della (9.1)

$$\begin{aligned} u'(x)^{1-k} &= Ax + B \\ u'(x) &= (Ax + B)^{\frac{1}{1-k}} \end{aligned} \quad (9.9)$$

²²⁹ In questo caso la derivata terza è nulla.

- integrando la (9.9) rispetto ad x si ottiene il seguente integrale terzo della (9.1)

$$\boxed{u(x) = \frac{1-k}{(2-k) \cdot A} \cdot (Ax + B)^{\frac{2-k}{1-k}} + C} \quad (9.10)$$

Questa rappresenta la generica forma della classe di funzioni di utilità HARA; infatti, differenziando la (9.10) si ottiene:

$$u'(x) = [Ax + B]^{1/(1-k)} \quad (9.11)$$

che è positiva se $Ax + B > 0$;

$$u''(x) = \frac{A}{1-k} \cdot [Ax + B]^{k/(1-k)} \quad (9.12)$$

che è negativa se $\frac{A}{1-k} < 0$, vale a dire se $k > 1$ e $A > 0$ o se $k < 1$ e $A < 0$;

$$u'''(x) = k \frac{A^2}{(1-k)^2} \cdot [Ax + B]^{(2k-1)/(1-k)} \quad (9.13)$$

che è positiva se $k > 0$, nulla se $k = 0$ (è il caso dell'utilità quadratica).

Ragionando in termini di avversione assoluta al rischio, le funzioni di utilità HARA si distinguono in:

- DARA, cioè quelle il cui coefficiente diminuisce all'aumentare della ricchezza

$$\left(\frac{d}{dx} \left[-\frac{u''(x)}{u'(x)} \right] < 0 \right);$$

- CARA, cioè quelle il cui coefficiente è il medesimo per ciascun livello di

$$\text{ricchezza} \left(\frac{d}{dx} \left[-\frac{u''(x)}{u'(x)} \right] = k \right);$$

- IARA, cioè quelle il cui coefficiente aumenta all'aumentare della ricchezza

$$\left(\frac{d}{dx} \left[-\frac{u''(x)}{u'(x)} \right] > 0 \right).$$

Gli indici assoluti di avversione al rischio e prudenza sono i seguenti:

- avversione al rischio

$$-\frac{u''(x)}{u'(x)} = -\frac{\frac{A}{1-k} \cdot [Ax + B]^{k/(1-k)}}{[Ax + B]^{1/(1-k)}} = -\frac{A}{1-k} \cdot [Ax + B]^{-1} > 0 \quad (9.14)$$

- prudenza

$$-\frac{u'''(x)}{u''(x)} = -\frac{k \frac{A^2}{(1-k)^2} \cdot [Ax+B]^{(2k-1)/(1-k)}}{\frac{A}{1-k} \cdot [Ax+B]^{k/(1-k)}} = -k \frac{A}{1-k} \cdot [Ax+B]^{-1} > 0 \quad (9.15)$$

Gli indici relativi si ottengono moltiplicando il rispettivo indice assoluto per il livello di ricchezza x .

Osservando la (9.14) e calcolandone il comportamento al variare della ricchezza, si ha

$$\frac{d}{dx} \left[-\frac{u''(x)}{u'(x)} \right] = \frac{A}{1-k} \cdot \frac{1}{(Ax+B)^2} \cdot A = \frac{A^2}{1-k} \cdot \frac{1}{(Ax+B)^2} \quad (9.16)$$

dalla quale, ricordando che $Ax+B \geq 0$ e $\frac{A}{1-k} < 0$, si ottengono le seguenti funzioni

di utilità della classe HARA:

- CRRA, se $A > 0$ e $k > 1$;
- CARA, se $k = 1$;
- IARA, se $A < 0$ e $k < 1$;
- quadratica, se $k = 0$.

Se consideriamo (oltre che avversione al rischio) anche motivazioni precauzionali del risparmio ($u''' > 0$) ed un effetto diretto positivo del livello di ricchezza sull'utilità ($A > 0$), il precedente elenco si riduce a tutte le funzioni CRRA (compresa l'utilità logaritmica) e alle CARA intese come caso limite delle CRRA quando $k \rightarrow 1^+$.

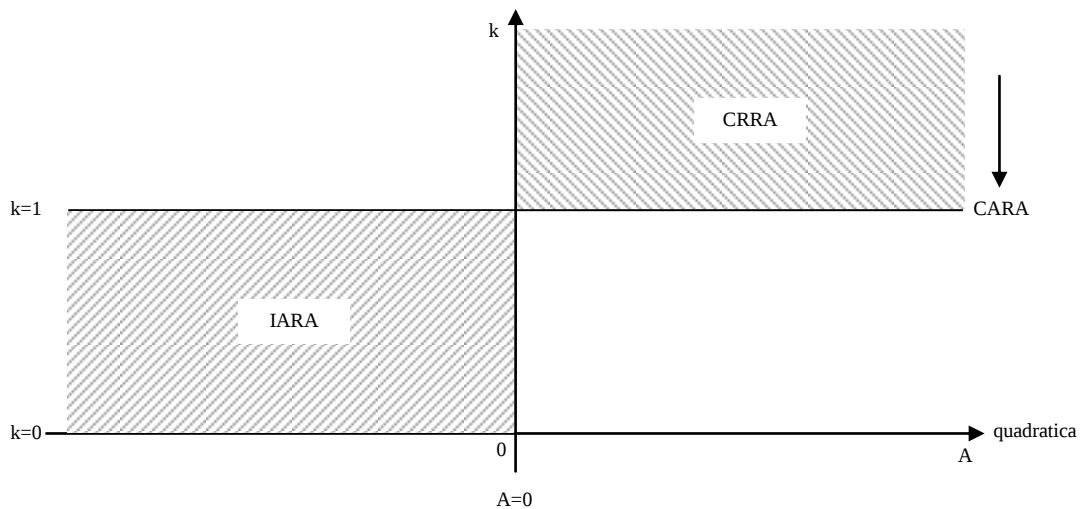


Figura 11 – Rappresentazione delle funzioni di utilità della classe HARA

Consideriamo, quindi, solo valori di $k \geq 1$, cioè *CARA* e *CRRA utility*.

La (9.10) è espressa solo in termini della variabile indipendente x , includendo al suo interno la funzione di consumo $c = c(x)$.

Applicando il teorema di Dini, data la funzione implicita di utilità $u(x, c)$, continua con derivate parziali continue, che mostra utilità marginale del consumo non nulla $\left(\frac{\partial u(\cdot)}{\partial c} \neq 0 \right)$ ed è legata alla funzione di consumo $c = c(x)$, si ha la seguente relazione:

$$\frac{dc(x)}{dx} = - \frac{\frac{\partial u(x, c(x))}{\partial x}}{\frac{\partial u(x, c(x))}{\partial c}} \quad (9.17)$$

L'utilità marginale del consumo, $\frac{\partial u(x, c)}{\partial c}$, dipende quindi dalla funzione di consumo e da come questa, attraverso la ricchezza x , entra nella funzione di utilità.

Si assumono le seguenti proprietà della funzione di consumo:

- $c'(x) > 0$;
- $c''(x) < 0$ (che deriva dalle proprietà della funzione di utilità considerata²³⁰);
- $c'''(x) > 0$;

cioè si assume una propensione marginale al consumo (MPC) positiva, decrescente e convessa rispetto al livello di ricchezza.

Poiché MPC e utilità marginale della ricchezza sono entrambe positive, dalla (9.17) si ricava che $\frac{\partial u(x, c(x))}{\partial c} < 0$: un aumento del consumo non legato ad un aumento della ricchezza diminuisce lo stock di ricchezza accumulato e riduce l'utilità (qui rileva la definizione di derivata parziale).

È chiaro, del resto, che la ricchezza genera utilità attraverso il consumo (attuale e futuro) e che la scelta del sentiero ottimo del consumo intertemporale è l'obiettivo del consumatore lungimirante.

La possibilità di rendere il consumo ottimo uniforme nel corso della vita sta alla base dell'ipotesi del ciclo vitale di Modigliani (LCH) così come dell'ipotesi del reddito permanente di Friedman (PIH); molti modelli di consumo recenti partono

²³⁰ C. D. CARROLL; M. S. KIMBALL, «On the Concavity of the Consumption Function», cit., p.984, *Theorem 1*.

proprio da considerazioni di tipo LCH/PIH.

Noi impieghiamo funzioni di utilità della forma CRRA perché vogliamo considerare le motivazioni precauzionali del risparmio. Inoltre, considerazioni sull'orizzonte temporale di riferimento (che costituiscono la principale differenza tra il modello di Modigliani-Brumberg e quello di Friedman) mostrano che le regole di consumo ottimo del modello ad orizzonte finito convergono asintoticamente a quelle del modello ad orizzonte infinito, anche quando si considera una forma più generale della funzione di utilità che include la volontà di lasciare un patrimonio in eredità. L'inclusione del fattore (K) che rappresenta i lasciti, poi, permette di trovare una relazione tra questo fattore, il tasso di preferenza intertemporale e l'indice di avversione relativa al rischio che mantiene il sentiero del consumo ottimo costante nel tempo anche in presenza di motivazioni precauzionali del risparmio.

Nel paragrafo che segue metteremo a confronto due modelli, Phelps (1962)²³¹ con orizzonte temporale infinito e Benitez-Silva (2000)²³² con orizzonte temporale finito e lasciti, calcoleremo il comportamento della regola di consumo ottimo del secondo modello per il periodo $T - i$ all'aumentare dell'orizzonte temporale e verificheremo la convergenza di questa regola di consumo con quella relativa al modello ad orizzonte infinito nella CRRA e *Log utility*.

²³¹ E.S. PHELPS, «The Accumulation of Risky Capital: A Sequential Utility Analysis», *Econometrica*, 30, 1962, pp. 729–743.

²³² H. BENÍTEZ-SILVA, «A Dynamic Model of Labor Supply, Consumption/Saving, and Annuity Decisions Under Uncertainty», cit.

Funzione di utilità con coefficiente di avversione relativa al rischio costante (CRRA)

Phelps (1962)

Ipotesi:

- La ricchezza è costituita da capitale e da *non-wealth income* percepito alla fine di ciascun periodo
- Orizzonte temporale infinito (i lasciti non sono resi espliciti perché si considera un'economia a generazioni sovrapposte, tutte massimizzanti la medesima funzione di utilità)

Regola semplificata di consumo ottimo:

$$c = [1 - \beta^{1/\rho} \cdot R^{(1-\rho)/\rho}] \cdot w$$

Benitez-Silva (2000)

Ipotesi:

- La ricchezza rilevante è quella detenuta all'inizio del periodo di massimizzazione
- Orizzonte temporale finito (i lasciti sono resi espliciti nella funzione di utilità di ciascuna generazione con un fattore che rappresenta il *bequest motive*)

Regola di consumo ottimo per il generico periodo che dista dall'ultimo di i anni:

$$c_{T-i} = \frac{w}{1 + (R^{(1-\rho)/\rho} \cdot \beta^{1/\rho}) \cdot \left(\frac{1 - \beta^{i/\rho}}{1 - \beta^{1/\rho}} + \beta^{(i-1)/\rho} \cdot K^{1/\rho} \right)}$$

Occorre verificare che, al limite, la regola decisionale di consumo nel caso di orizzonte finito coincida con quella valida nel caso di orizzonte infinito, cioè

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{w}{1 + (R^{(1-\rho)^{1/\rho}} \cdot \beta^{1/\rho}) \cdot \left(\frac{1 - \beta^{i/\rho}}{1 - \beta^{1/\rho}} + \beta^{(i-1)/\rho} \cdot K^{1/\rho} \right)} = [1 - \beta^{1/\rho} \cdot R^{(1-\rho)^{1/\rho}}] \cdot w$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \beta^i = 0 \Rightarrow \lim_{i \rightarrow \infty} \beta^{i-1} = 0 \quad (\beta^{i-1} \text{ è un infinitesimo, anche se di ordine inferiore a } \beta^i)$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} c_{T-i} = \frac{w}{1 + (R^{(1-\rho)^{1/\rho}} \cdot \beta^{1/\rho}) \cdot \left(\frac{1-0}{1 - \beta^{1/\rho}} + 0 \cdot K^{1/\rho} \right)} = \frac{w}{1 + \frac{R^{(1-\rho)^{1/\rho}} \cdot \beta^{1/\rho}}{1 - \beta^{1/\rho}}} = \frac{w}{1 - \beta^{1/\rho} + \frac{R^{(1-\rho)^{1/\rho}} \cdot \beta^{1/\rho}}{1 - \beta^{1/\rho}}} = \frac{w}{1 - \beta^{1/\rho} \cdot \frac{(1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}})}{1 - \beta^{1/\rho}}} = \frac{1 - \beta^{1/\rho}}{1 - \beta^{1/\rho} \cdot (1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}})} w$$

Occorre, quindi, verificare la seguente equazione:

$$[1 - \beta^{1/\rho} \cdot R^{(1-\rho)^{1/\rho}}] = \frac{1 - \beta^{1/\rho}}{1 - \beta^{1/\rho} \cdot (1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}})}$$

moltiplicando ambo i membri per $[1 - \beta^{1/\rho} \cdot (1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}})]$, si ricava $1 - \beta^{1/\rho} \cdot (1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}}) - \beta^{1/\rho} \cdot R^{(1-\rho)^{1/\rho}} \cdot [1 - \beta^{1/\rho} \cdot (1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}})] = 1 - \beta^{1/\rho}$

semplificando e raggruppando a fattor comune, si ha $-\beta^{1/\rho} \cdot \{1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}} + R^{(1-\rho)^{1/\rho}} \cdot [1 - \beta^{1/\rho} \cdot (1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}})]\} = -\beta^{1/\rho}$

$$1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}} + R^{(1-\rho)^{1/\rho}} \cdot [1 - \beta^{1/\rho} \cdot (1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}})] = 1; \quad R^{(1-\rho)^{1/\rho}} \cdot [1 - \beta^{1/\rho} \cdot (1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}})] = R^{(1-\rho)^{1/\rho}}; \quad 1 - \beta^{1/\rho} \cdot (1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}}) = 1$$

$$1 - R^{(1-\rho)^{1/\rho}} = 0 \Leftrightarrow r = 0 \quad (R = 1 + r)$$

La coincidenza tra la regola di consumo ottimo del modello ad orizzonte infinito ed il comportamento asintotico di quella del modello ad orizzonte finito si ha quando, al limite, si applica un tasso di interesse nullo: abbiamo frazionato l'orizzonte temporale in periodi talmente piccoli da rendere nullo l'interesse e il tasso applicato su periodi infinitesimi.

Nel caso di utilità logaritmica è anche più immediato verificare la convergenza tra le due regole di consumo ottimo.

Funzione di utilità logaritmica

Phelps (1962)

Regola semplificata di consumo ottimo:

$$c = (1 - \beta)w$$

Benitez-Silva (2000)

Regola di consumo ottimo per il generico periodo che dista dall'ultimo di i anni:

$$c_{T-i} = \frac{w}{1 + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \dots + \beta^i + \beta^i K}$$

$$c_{T-i} = \frac{w}{1 + \beta \cdot \left[(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{i-1}) + \beta^{i-1} K \right]}$$

$$c_{T-i} = \frac{w}{1 + \beta \cdot \left[\frac{1 - \beta^i}{1 - \beta} + \beta^{i-1} K \right]}; \quad c_{T-i} = \frac{w}{1 + \beta \cdot \left(\frac{1 - \beta^i}{1 - \beta} \right) + \beta^i K}$$

Verifichiamo sempre che, al limite, la regola decisionale di consumo nel caso di orizzonte finito coincida con quella valida nel caso di orizzonte infinito, cioè

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{w}{1 + \beta \cdot \left(\frac{1 - \beta^i}{1 - \beta} \right) + \beta^i K} = (1 - \beta)w$$

Il consumo nel primo periodo di vita si avrà per $i = T = \infty$; poiché $\beta^i = \left(\frac{1}{1 + \delta} \right)^i = \frac{1}{(1 + \delta)^i}$ (con δ che rappresenta il tasso di sconto ed è

compreso tra 0 ed 1, $0 < \delta < 1$), è facile osservare che

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{w}{1 + \beta \cdot \underbrace{\left(\frac{1 - \beta^i}{1 - \beta} \right)}_{\substack{\text{regola di consumo} \\ \text{nel generico periodo } T-i \\ \text{(orizzonte finito)}}} + \beta^i K} = \frac{w}{1 + \beta \cdot \left(\frac{1 - 0}{1 - \beta} \right) + 0 \cdot K} = \frac{w}{1 + \frac{\beta}{1 - \beta}} = \frac{w}{\frac{1}{1 - \beta}} = \underbrace{(1 - \beta)w}_{\substack{\text{regola di consumo} \\ \text{semplificata} \\ \text{(orizzonte infinito)}}$$

Derivazione delle regole di consumo ottimo nel modello ad orizzonte infinito (Phelps, 1962) e nel modello ad orizzonte finito con lasciti (Benitez-Silva, 2000) nella forma in cui sono espresse per il confronto

La convergenza tra le regole di consumo ottimo del modello ad orizzonte finito con lasciti e quelle del modello ad orizzonte infinito nel caso di *CRRA* e *Log utility* è stata calcolata dopo aver reso tali regole di consumo, attraverso opportune sostituzioni, tra loro confrontabili.

Riportiamo di seguito le sostituzioni effettuate a tal fine per i due tipi di funzione di utilità.

Funzione di utilità CRRA con coefficiente di avversione al rischio ρ

Da Phelps (1962), l'equazione (6.6) è

$$u(c_N) = \lambda c^\gamma, \quad \lambda > 0, \quad 0 < \gamma < 1$$

Ponendo $\gamma = 1 - \rho$, con $0 < \rho < 1$, si ha $0 < \gamma < 1$.

Ponendo $\lambda = \frac{1}{1 - \rho}$ ($\lambda > 0$ poiché $0 < \rho < 1$), si ottiene $u(c_N) = \frac{c^{1-\rho}}{1-\rho}$, che è una *CRRA utility*.

La regola di consumo ottimo in orizzonte infinito è espressa dall'equazione (6.7) in Phelps (1962)

$$c(x) = \left[1 - (\alpha b^\gamma)^{1/(1-\gamma)} \right] \cdot \left(x + \frac{y}{b-1} \right), \quad b^\gamma = \sum p_i \beta_i^\gamma$$

dove:

p_i = probabilità dell' i -esimo tasso di rendimento, mantenuta costante nel tempo;

β_i = i -esimo fattore di capitalizzazione del risparmio;

γ = complemento ad 1 del coefficiente di avversione relativa al rischio nelle *CRRA utility*;

x = capitale detenuto all'inizio del processo di massimizzazione;

y = reddito da lavoro percepito alla fine di ciascun periodo, assunto costante;

α = fattore di sconto intertemporale.

Ricordando la posizione $\gamma = 1 - \rho$, assumendo un unico fattore di crescita del risparmio R (per cui $b = R$) e facendo il cambio di notazione $\alpha = \beta$, si ha

$$c(x) = \left[1 - \beta^{1/\rho} \cdot R^{(1-\rho)/\rho} \right] \cdot \left(x + \frac{y}{R-1} \right)$$

* * *

Da Benitez-Silva (2000), la funzione di utilità con lasciti del c.d. modello “egoistico” – così denominato perché gli agenti si preoccupano esclusivamente dell’ammontare dei loro lasciti in termini assoluti, nel senso che un *bequest factor* K pari ad uno significa valutare i lasciti esattamente come il consumo corrente nella funzione di utilità – è:

$$u(c_N) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma} + K \cdot \frac{(w-c)^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

Ponendo $K = 0$ (nel modello “egoistico” con lasciti $0 \leq K \leq 1$) e $\gamma = \rho$, si ha la medesima funzione di utilità CRRA precedentemente ricavata, $u(c_N) = \frac{c^{1-\rho}}{1-\rho}$.

La regola di consumo ottimo in orizzonte finito (di T periodi) per il generico periodo $T-i$, assumendo che il tasso di interesse segua una distribuzione lognormale con media μ e varianza σ^2 , è:

$$c_{T-i}(w) = \frac{w}{1 + \beta^{\frac{1}{\gamma}} \cdot (\bar{r}^{1-\gamma} e^{-\gamma(1-\gamma)\sigma^2/2})^{\frac{1}{\gamma}} + \beta^{\frac{2}{\gamma}} \cdot (\bar{r}^{1-\gamma} e^{-\gamma(1-\gamma)\sigma^2/2})^{\frac{1}{\gamma}} + \dots + \beta^{\frac{i}{\gamma}} \cdot K^{\frac{1}{\gamma}} (\bar{r}^{1-\gamma} e^{-\gamma(1-\gamma)\sigma^2/2})^{\frac{1}{\gamma}}}$$

dove

β = fattore di sconto intertemporale;

γ = coefficiente di avversione relativa al rischio;

w = ricchezza totale detenuta all’inizio del processo di massimizzazione;

$\bar{r}^{1-\gamma} e^{-\gamma(1-\gamma)\sigma^2/2}$ = fattore di capitalizzazione del risparmio.

Ricordando la posizione $\gamma = \rho$, assumendo (anche qui) un unico fattore di crescita del risparmio R (per cui $\bar{r}^{1-\gamma} e^{-\gamma(1-\gamma)\sigma^2/2} = R$) ed applicando le proprietà delle serie geometriche, si ha

$$c_{T-i}(w) = \frac{w}{1 + \left[(R^{1-\rho})^{\frac{1}{\rho}} \beta^{\frac{1}{\rho}} \right] \cdot \left(\frac{1 - \beta^{\frac{i}{\rho}}}{1 - \beta^{\frac{1}{\rho}}} + \beta^{\frac{i-1}{\rho}} \cdot K^{\frac{1}{\rho}} \right)}$$

Funzione di utilità logaritmica

Da Phelps (1962), l'equazione (6.8) è

$$u(c_N) = \log c_N$$

In questo caso, per risolvere il problema di massimizzazione rispetto al consumo, occorre imporre $y = 0$ (*no nonwealth income*) e quindi ragionare in termini della funzione di consumo $c_N = c_N(x)$.

La regola di consumo ottimo in orizzonte infinito è espressa dall'equazione (6.11) in Phelps (1962)

$$c(x) = (1 - \alpha)x$$

Il consueto cambio di notazione $\alpha = \beta$ e l'indicazione della ricchezza con w , permettono di scrivere

$$c = (1 - \beta)w$$

* * *

Da Benitez-Silva (2000), la funzione di utilità con lasciti del c.d. modello "egoistico" è:

$$u(c_N) = \log(c) + K \cdot \log(w - c)$$

Ponendo $K = 0$, si ha la funzione standard di utilità logaritmica.

La regola di consumo ottimo in orizzonte finito (di T periodi) per il generico periodo $T - i$ è:

$$c_{T-i}(w) = \frac{w}{1 + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \dots + \beta^i + \beta^i \cdot K}$$

$$c_{T-i}(w) = \frac{w}{1 + \beta \cdot \left(\frac{1 - \beta^i}{1 - \beta} \right) + \beta^i \cdot K}$$

Sulla coincidenza tra la regola di consumo del primo periodo del modello ad orizzonte finito (c_0) e la regola di consumo del modello ad orizzonte infinito (c_∞)

In questo paragrafo approfondiremo l'argomento della coincidenza delle regole di consumo ottimo tra i modelli ad orizzonte infinito e finito con lasciti: il diverso orizzonte temporale giustifica la non considerazione dei lasciti nel primo caso e la loro modellazione nel secondo.

Ci proponiamo, a questo punto, di dare un'idea più precisa dell'orizzonte temporale minimo da considerare affinché la regola di consumo ottimo in orizzonte finito sia quella valida nel caso di orizzonte infinito (che non significa semplicemente “vita infinita”, posto che è teoricamente possibile svolgere il processo di massimizzazione dell'utilità per un periodo che va oltre ogni plausibile aspettativa di vita personale). Per le finalità appena illustrate, saremo interessati a determinare il numero minimo di iterazioni per diversi valori del fattore di preferenza intertemporale, del tasso di interesse e dell'indice relativo di avversione al rischio che soddisfi l'uguaglianza della regola di consumo ottimo nel primo periodo del modello ad orizzonte finito con la regola di consumo ottimo del modello ad orizzonte infinito.

I limiti calcolati (per funzioni di utilità logaritmiche e CRRA) dimostrano che aumenti dell'orizzonte temporale di riferimento fanno convergere le regole decisionali di consumo del modello ad orizzonte finito con lasciti a quelle del modello ad orizzonte infinito²³³, ciò perché quando aumenta l'orizzonte temporale di riferimento l'influenza del parametro che rappresenta i lasciti diventa sempre meno importante²³⁴: la convergenza appena descritta è tanto più prossima quanto più ci avviciniamo al *primo* periodo preso in considerazione.

Di seguito riportiamo tre tabelle in cui indichiamo – per valori del fattore di sconto β pari a 0.90, 0.95, 0.97 – il numero minimo di iterazioni (che denotiamo con i_∞) che è necessario effettuare affinché la regola di consumo del modello ad

²³³ Sarebbe di immediata comprensione la convergenza delle regole di consumo ottimo in orizzonte finito senza lasciti con la regola in orizzonte infinito. Tale convergenza vale anche nel caso dei lasciti.

²³⁴ H. BENÍTEZ-SILVA, «A Dynamic Model of Labor Supply, Consumption/Saving, and Annuity Decisions Under Uncertainty», cit., p. 7.

orizzonte finito nel primo periodo di ottimizzazione dinamica (c_0) coincida con la regola di consumo del modello ad orizzonte infinito (c_∞).

Le simulazioni verranno riportate per diversi valori del tasso di interesse, $r = \{0\%, 2\%, 5\%, 9\%\}$, e per funzioni di utilità CRRA con coefficienti di avversione relativa al rischio (ρ) pari ad 1 (utilità logaritmica), 1.5, 3, 5.

Inoltre si assumerà un fattore relativo ai lasciti di 0.6 (ma i risultati esposti valgono per $0 \leq K \leq 1$) e un valore della ricchezza di 100; in più, si indicherà tra parentesi tonde un secondo i_∞ , relativo al numero di iterazioni necessarie affinché l'uguaglianza $c_0 = c_\infty$ sia soddisfatta non solo per valori della ricchezza nulli (caso banale) o pari a 100 (primo valore indicato) ma per tutti i valori della ricchezza appartenenti alla successione $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$ ²³⁵.

$r \backslash \rho$	1	1.5	3	5
0%	323 (328)	491 (491)	986 (986)	1.617 (1.642)
2%		491 (491)	986 (986)	1.617 (1.655)
5%		493 (493)	986 (986)	1.620 (1.642)
9%		493 (493)	986 (986)	1.617 (1.642)

Numero minimo di iterazioni affinché $c_0 = c_\infty$ per $\beta = 0.90$

$r \backslash \rho$	1	1.5	3	5
0%	667 (675)	1.012 (1.012)	2.024 (2.024)	3.314 (3.373)
2%		1.012 (1.012)	2.017 (2.017)	3.314 (3.373)
5%		1.012 (1.012)	2.017 (2.017)	3.328 (3.385)
9%		1.012 (1.012)	2.017 (2.017)	3.328 (3.385)

Numero minimo di iterazioni affinché $c_0 = c_\infty$ per $\beta = 0.95$

²³⁵ Naturalmente questo secondo valore i_∞ sarà non minore del precedente, dovendo ampliare la condizione di uguaglianza $c_0 = c_\infty$ per livelli di ricchezza ulteriori ai casi limite considerati.

$\rho \backslash r$	1	1.5	3	5
0%	1.133 (1.140)	1.678 (1.704)	3.355 (3.408)	5.616 (5.680)
2%		1.675 (1.699)	3.362 (3.408)	5.616 (5.680)
5%		1.675 (1.717)	3.343 (3.408)	5.630 (5.680)
9%		1.675 (1.699)	3.362 (3.408)	5.630 (5.661)

Numero minimo di iterazioni affinché $c_0 = c_\infty$ per $\beta = 0.97$

Posta la ricchezza pari a 100 (o a $10x$, $x=1, 2, \dots, 10$), si ha che $c_0 = c_\infty$ se l'orizzonte temporale di riferimento è non inferiore ad i_∞ , tenendo conto dei tassi r e δ nonché dell'indice di avversione ρ .

Dalle tabelle sopra riportate è facile osservare che, *ceteris paribus*, il comportamento di consumo del primo periodo di riferimento (nel modello ad orizzonte finito) coincide con la regola semplificata di consumo (nel modello ad orizzonte infinito) per valori minimi di i_∞ che sono:

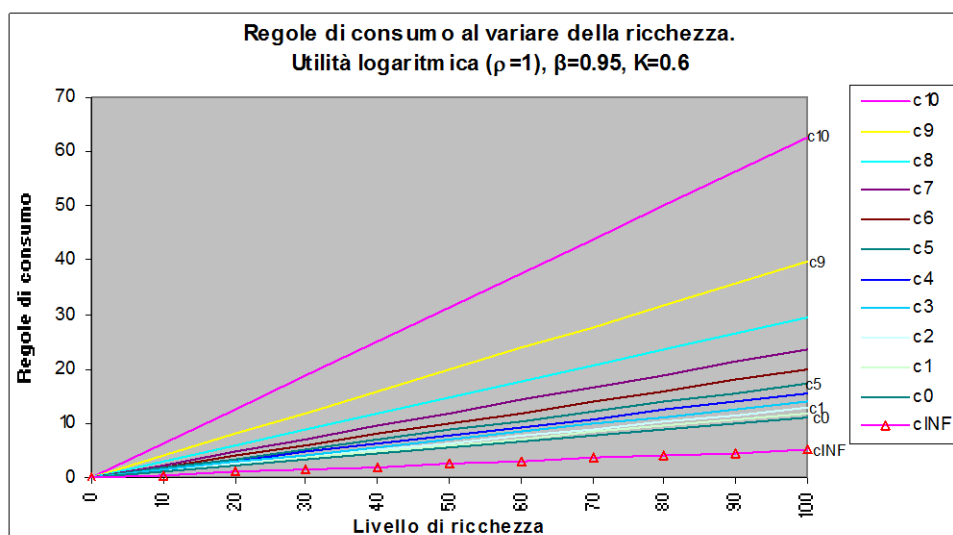
- più elevati per agenti che mostrano una maggiore avversione al rischio;
- più elevati per agenti che scontano meno il consumo futuro (mostrando un più elevato fattore di sconto intertemporale).

I risultati appena descritti derivano dall'evidenza che agenti più avversi al rischio e più pazienti accumulano uno stock di ricchezza elevato che devono ripartire in un arco temporale più ampio (ancorché finito) affinché il loro consumo nel primo periodo di vita coincida con il consumo ottimo in orizzonte infinito.

È da precisare, peraltro, che la coincidenza con la regola di consumo ottimo in orizzonte infinito vale solo per il primo periodo dell'orizzonte finito e non anche per i periodi successivi. Infatti, come si è ricordato più volte, l'aver considerato il risparmio precauzionale ha dato luogo ad un sentiero crescente del consumo ottimo nel corso della vita: il consumo sarà sempre crescente e partirà dal livello $c_0 = c_\infty$, che rappresenta il suo minimo assoluto, se l'orizzonte temporale di riferimento è di almeno i_∞ periodi. Ulteriori, importanti, **considerazioni sul fattore K metteranno in evidenza come questo possa essere inteso anche in termini di orizzonte temporale e generare un sentiero del consumo ottimo intertemporale costante, nonostante considerazioni di risparmio precauzionale.**

Riportiamo di seguito le regole di consumo relative ad un periodo di ottimizzazione di dieci anni nel caso di utilità logaritmica, $K = 0.6$, $\beta = 0.95$. Osserviamo che il consumo ottimo mostra un sentiero crescente (poiché $c_{i+1} > c_i$, $\forall i$) e che la regola di consumo iniziale del periodo decennale preso in considerazione ($c_0 \mid i = 1, 2, \dots, 10$) si discosta da c_∞ in quanto l'orizzonte temporale di riferimento è minore di i_∞ (in questo caso, solo 10 anziché almeno 675).

C _{10-i}												$i_\infty =$ 675 c_∞
i =	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
x	c ₁₀	c ₉	c ₈	c ₇	c ₆	c ₅	c ₄	c ₃	c ₂	c ₁	c ₀	
0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0
10	6,2500	3,9683	2,9464	2,3673	1,9948	1,7354	1,5446	1,3985	1,2832	1,1900	1,1132	0,5
20	12,5000	7,9365	5,8928	4,7345	3,9896	3,4708	3,0891	2,7970	2,5664	2,3800	2,2264	1
30	18,7500	11,9048	8,8391	7,1018	5,9843	5,2061	4,6337	4,1955	3,8496	3,5700	3,3396	1,5
40	25,0000	15,8730	11,7855	9,4690	7,9791	6,9415	6,1783	5,5939	5,1328	4,7600	4,4527	2
50	31,2500	19,8413	14,7319	11,8363	9,9739	8,6769	7,7228	6,9924	6,4160	5,9500	5,5659	2,5
60	37,5000	23,8095	17,6783	14,2035	11,9687	10,4123	9,2674	8,3909	7,6992	7,1400	6,6791	3
70	43,7500	27,7778	20,6246	16,5708	13,9635	12,1477	10,8120	9,7894	8,9823	8,3300	7,7923	3,5
80	50,0000	31,7460	23,5710	18,9380	15,9582	13,8830	12,3565	11,1879	10,2655	9,5199	8,9055	4
90	56,2500	35,7143	26,5174	21,3053	17,9530	15,6184	13,9011	12,5864	11,5487	10,7099	10,0187	4,5
100	62,5000	39,6825	29,4638	23,6726	19,9478	17,3538	15,4457	13,9849	12,8319	11,8999	11,1318	5

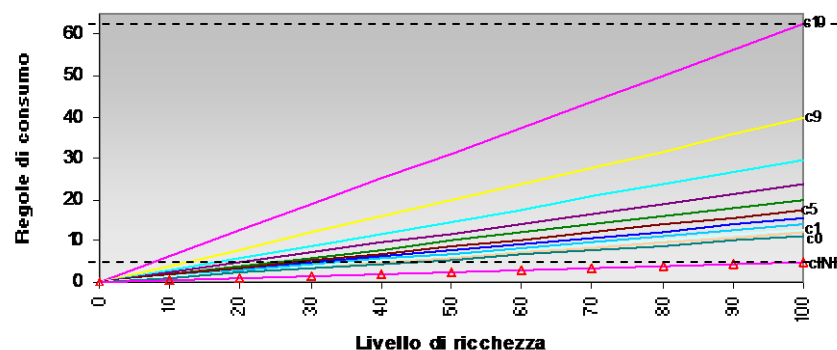


L'effetto di un aumento del tasso di interesse (r) sull'orizzonte temporale minimo che soddisfa l'uguaglianza $c_0 = c_\infty$ non è molto importante né univocamente delineabile di per sé ma deve essere messo in relazione con il tasso δ e rapportato all'indice ρ .

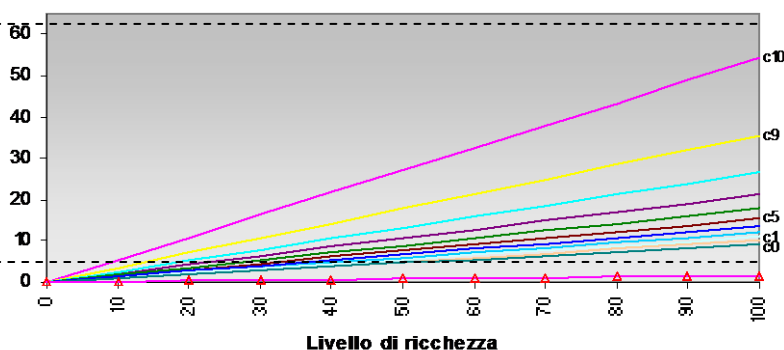
Anche aumenti del coefficiente di avversione relativa al rischio (ρ) conducono a regole decisionali di orizzonte finito più prossime a quella di orizzonte infinito (ad esempio più per una funzione di utilità di tipo CRRA con $\rho = 1,5$ che per una funzione di utilità logaritmica, in cui $\rho = 1$).

Di seguito si riportano i grafici delle regole di consumo ottimo per un orizzonte temporale decennale ($c_i, i = 1, 2, \dots, 10$) nel caso di *Log utility* e di *CRRA utility* con coefficiente di avversione relativa al rischio pari a 3, fattore di sconto intertemporale pari a 0.95 e *bequest factor* pari a 0.6, tassi di interesse nulli.

Regole di consumo al variare della ricchezza.
Utilità logaritmica ($\rho=1$), $\beta=0.95$, $K=0.6$



Regole di consumo al variare della ricchezza.
Utilità CRRA, $\rho=3$, $\beta=0.95$, $K=0.6$, $r=0\%$



L'andamento del consumo ottimo nel modello ad orizzonte finito con lasciti

Per studiare l'andamento del consumo ottimo nel tempo, occorre osservare la relazione intercorrente tra le regole di consumo per il generico periodo che dista dall'ultimo di i anni (il periodo $T-i$) ed il periodo immediatamente precedente ($T-i-1$): tale confronto deve essere condotto per ogni i al fine di osservare il segno della disuguaglianza $c_{T-i-1} \begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix} c_{T-i}$.

Se $c_{T-i-1} < c_{T-i} \quad \forall i$ l'andamento dei consumi è strettamente crescente (non decrescente se $c_{T-i-1} \leq c_{T-i}$); se $c_{T-i-1} > c_{T-i} \quad \forall i$ l'andamento dei consumi è strettamente decrescente (non crescente se $c_{T-i-1} \geq c_{T-i}$); infine, se $c_{T-i-1} = c_{T-i} \quad \forall i$ l'andamento dei consumi è costante nel tempo.

Considerazioni sulle proprietà della funzione di utilità e sulle condizioni di primo ordine del problema di massimizzazione vincolata dell'utilità intertemporale mettono in relazione i tassi di interesse (r) e di preferenza intertemporale (δ) con l'andamento del consumo nel tempo come segue:

- ipotizzando avversione al rischio ($u''(c_t) < 0$) e linearità dell'utilità marginale del consumo ($u'''(c_t) = 0$)²³⁶, dalla generica equazione di Eulero²³⁷

$$u'(c_t) = \frac{1+r}{1+\delta} Eu'(c_{t+1}),$$

riscritta in modo da evidenziare gli anni di vita rimanenti

$$\text{e cioè } u'(c_{T-i-1}) = \frac{1+r}{1+\delta} Eu'(c_{T-i}),$$

si ha un andamento costante del consumo ottimo solo se $r = \delta$, che implica $u'(c_{T-i-1}) = Eu'(c_{T-i})$; in tutti gli altri casi, in cui $r \neq \delta$, il consumo ottimo presenterà un andamento variabile nel tempo e precisamente sarà crescente se $r > \delta$ (poiché $u'(c_{T-i-1}) > Eu'(c_{T-i})$) e decrescente se $r < \delta$ (in quanto $u'(c_{T-i-1}) < Eu'(c_{T-i})$);

²³⁶ È il caso, ad esempio, dell'utilità quadratica che, come tutte le forme funzionali che presentano un'utilità marginale lineare (e quindi un valore atteso dell'utilità marginale coincidente con l'utilità marginale del valore atteso), modella un comportamento del consumatore che non è influenzato dal grado di incertezza.

²³⁷ La condizione che esprime la dinamica dell'utilità marginale per ogni coppia di periodi adiacenti.

- mantenendo ancora l'ipotesi di avversione al rischio, ma considerando plausibile che variazioni del grado di incertezza²³⁸ si ripercuotano sulle scelte ottimali di consumo (nel senso che generano comportamenti “prudenti” che tengono conto di questo rischio) e modellando questo comportamento con la convessità dell'utilità marginale rispetto al consumo ($u'''(c_t) > 0$), si osserva che un aumento dell'incertezza si riflette in un risparmio precauzionale che determina un sentiero del consumo ottimo crescente nel tempo, anche quando i tassi r e δ coincidono.

Volendo osservare l'andamento del consumo ottimo nel modello ad orizzonte finito con lasciti, considerando anche la motivazione precauzionale del risparmio (abbiamo assunto una funzione di utilità esponenziale), riscriviamo la regola di consumo del generico periodo $(T-i)$ e studiamo come essa varia quando i aumenta, ovvero quando aumenta l'orizzonte temporale di riferimento.

La generica regola di consumo è

$$c_{T-i} = \frac{w}{1 + (R^{(1-\rho)/\rho} \cdot \beta^{1/\rho}) \cdot \underbrace{\left(\frac{1 - \beta^{i/\rho}}{1 - \beta^{1/\rho}} + \beta^{(i-1)/\rho} \cdot K^{1/\rho} \right)}_{\xi_i}} \quad (9.18)$$

dove i è presente al denominatore e ξ_i rappresenta l'unico fattore della regola di consumo che dipende da i . Abbiamo già notato che questa regola di consumo converge, al limite, con la regola di consumo del modello ad orizzonte infinito, ma vogliamo adesso osservare la gradualità di questa convergenza e la relazione tra β , ρ e K che conduce ad un andamento costante del consumo intertemporale: poiché consideriamo una funzione di utilità (esponenziale) che dà luogo ad un'utilità marginale non lineare (convessa), l'uguaglianza tra i tassi r e δ non implica più un sentiero del consumo ottimo costante bensì crescente, per via del risparmio precauzionale.

L'andamento del consumo al variare di i dipende dal comportamento di ξ_i al variare di i per valori di β , ρ e K assegnati: studiamo quindi il segno

²³⁸ Come una maggiore dispersione dei valori dell'utilità marginale.

dell'espressione $\frac{\partial \xi_i}{\partial i}$.

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial i} = \frac{\overbrace{\beta^{i/\rho} \cdot \ln \beta}^{<0}}{\underbrace{\rho \cdot (\underbrace{\beta^{1/\rho} - 1}_{<1}}_{>0})}} + \frac{\overbrace{K^{1/\rho} \cdot \beta^{(i-1)/\rho} \cdot \ln \beta}^{-\delta}}{\underbrace{\rho}_{<0}} \quad (9.19)$$

Tale espressione è negativa se il valore assoluto del secondo addendo supera il primo addendo, nulla se sono uguali, positiva altrimenti. Raggruppando a fattore comune si ha $\frac{\partial \xi_i}{\partial i} = \frac{\beta^{i/\rho} \cdot \ln \beta + (\beta^{1/\rho} - 1) \cdot K^{1/\rho} \cdot \beta^{(i-1)/\rho} \cdot \ln \beta}{\rho \cdot (\beta^{1/\rho} - 1)}$ ed imponendo l'uguaglianza a zero otteniamo la condizione di invarianza del consumo intertemporale, che si ricava da

$$\begin{aligned} \beta^{i/\rho} \cdot \ln \beta + (\beta^{1/\rho} - 1) \cdot K^{1/\rho} \cdot \beta^{(i-1)/\rho} \cdot \ln \beta &= 0 \\ \beta^{i/\rho} + (\beta^{1/\rho} - 1) \cdot K^{1/\rho} \cdot \beta^{(i-1)/\rho} &= 0 \\ \beta^{i/\rho} \cdot [1 + (\beta^{1/\rho} - 1) \cdot K^{1/\rho} \cdot \beta^{-1/\rho}] &= 0 \\ (\beta^{1/\rho} - 1) \cdot K^{1/\rho} \cdot \beta^{-1/\rho} &= -1 \\ (1 - \beta^{1/\rho}) \cdot \left(\frac{K}{\beta}\right)^{1/\rho} &= 1 \\ \frac{K}{\beta} &= \frac{1}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho} \\ K &= \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho} \end{aligned} \quad (9.20)$$

Questa relazione tra β , ρ e K permette di mantenere il consumo ottimo costante nel tempo anche quando i tassi soggettivi di interesse e di sconto sono fra loro diversi: il consumo (ottimo) può mantenersi costante (1) se si verifica l'uguaglianza $r = \delta$ e non vi è alcuna considerazione del risparmio precauzionale e (2) per soggetti che mostrano motivazione precauzionale del risparmio ed un particolare *bequest factor*, precisamente un K che sta nella relazione (9.20) con il fattore di attualizzazione β e con l'avversione al rischio rappresentata dall'indice relativo ρ .

Se $K < \frac{\beta}{(1-\beta^{1/\rho})^\rho}$ si ha $\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i} < 0$, cioè andando a ritroso nel tempo (all'aumentare di i) c_{T-i} diminuisce, ovvero il consumo intertemporale presenta un andamento crescente (essendo più elevato in età matura).

Viceversa, se $K > \frac{\beta}{(1-\beta^{1/\rho})^\rho}$ si ha $\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i} > 0$, cioè quando i aumenta c_{T-i} aumenta, ovvero il consumo intertemporale presenta un andamento decrescente²³⁹.

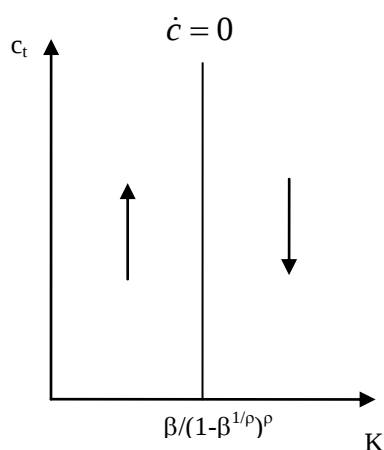


Figura 12 – L'andamento del sentiero di consumo ottimo intertemporale nel modello con incertezza e lasciti in orizzonte finito

L'intuizione fondamentale alla base della figura 12 si basa sul concetto di propensione ai lasciti (relativamente ad una propensione al consumo unitaria): un valore di K maggiore di quello che assicurerebbe la costanza del sentiero di consumo ottimo intertemporale rappresenta un soggetto che accumulerà (in ogni periodo) più ricchezza da destinare ai lasciti intenzionali (di quanto non farebbe un soggetto che mostra $K = \frac{\beta}{(1-\beta^{1/\rho})^\rho}$), con l'implicazione che il sentiero di consumo ottimo intertemporale sarà decrescente (poiché la motivazione ereditaria è molto forte); per converso, un valore di K minore di $\frac{\beta}{(1-\beta^{1/\rho})^\rho}$ condurrà ad un sentiero

²³⁹ La derivazione analitica dell'andamento del consumo ottimo in base al valore della propensione ai lasciti è riportata in appendice A.

del consumo crescente per via del risparmio precauzionale indotto dall'incertezza.

Quest'ultimo caso ($K < \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}$) è quello standard nell'ipotesi di presenza di

risparmio precauzionale, ma (quando si introduce il movente ereditario) un fattore K particolarmente elevato può rendere ottimale uniformare il consumo nell'orizzonte

temporale (se $K = \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}$) o addirittura implicare un sentiero di consumo ottimo

decrescente (se $K > \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}$).

In definitiva, se è vero che entrambi i moventi (precauzionale ed ereditario) innalzano il sentiero della ricchezza, è pur vero che il movente precauzionale ridistribuisce questa maggiore ricchezza nel ciclo di vita del soggetto, mentre il movente ereditario la trasferisce (almeno in parte) agli eredi: in presenza di una propensione ai lasciti costante durante l'intero ciclo di vita²⁴⁰, un fattore K maggiore (minore) di quello che rende ottimale uniformare il consumo implica un sentiero di consumo ottimo decrescente (crescente), per via della maggiore importanza relativa del movente ereditario (precauzionale).

Il confronto tra i tassi soggettivi r e δ , come reso evidente dall'equazione di Eulero, influenza l'andamento del consumo intertemporale nel senso che se $r - \delta > 0$ il consumo ottimo sarà crescente mentre se $r - \delta < 0$ esso mostrerà una dinamica temporale decrescente: ciò è vero *tout court* solo nel caso di assenza di risparmio precauzionale, altrimenti occorre considerare anche la dinamica temporale dell'utilità marginale.

Nella generica regola di consumo c_{T-i} espressa dalla (9.18) il confronto tra i due tassi viene condotto attraverso i rispettivi fattori R e β . Se $R = \beta^{-1}$ (e solo in questo caso²⁴¹) si ha coincidenza tra r e δ , altrimenti i due tassi considerati differiscono tra loro.

²⁴⁰ Così come costanti sono assunti i tassi di interesse, di sconto intertemporale e l'indice di avversione relativa al rischio.

²⁴¹ È facile notare che $r = \delta \Rightarrow R = \beta^{-1} \Rightarrow c_{T-i} = \frac{w}{1 + \beta \xi_i}$.

Nel capitolo seguente, l'ultimo della tesi, interpreteremo i risultati fin qui ottenuti. Tuttavia, prima di concludere con interpretazione dei risultati e riflessioni per possibili ricerche future – e al fine di tentare un (seppur primordiale) confronto tra l'analisi normativa condotta in questo capitolo e le stime dei lasciti riportate nel settimo capitolo – indichiamo di seguito le due simulazioni che conducono alla medesima media del rapporto ricchezza-reddito, svolte per i due seguenti scenari:

1. assenza di lasciti ricevuti e propensione ai lasciti (da donare) di 0,66;
2. flusso annuo dei lasciti (ricevuti) pari all'1% della ricchezza totale detenuta in ogni periodo nel caso di agenti con propensione ai lasciti nulla (simulato attraverso un incremento dell'1% dello shock transitorio moltiplicativo di reddito).

Riportiamo, di seguito, il problema di programmazione dinamica in tempo discreto alla base delle simulazioni, spiegando le variabili impiegate:

$$\max_{0 \leq C_t \leq X_t} E_t \sum_{t=0}^T \beta^t u(C_t) \quad \text{con } \beta = \frac{1}{1 + \delta}$$

$$\text{in cui } u(C_t) = \frac{C_t^{1-\rho}}{1-\rho} + K \frac{(X_t - C_t)^{1-\rho}}{1-\rho}, \quad \text{con } K \in [0,1]$$

$$X_t = W_t + Y_t^L$$

soggetto alle condizioni dinamiche:

$$W_{t+1} = R(W_t + Y_t^L - C_t), \quad \text{con } R = 1 + r, \quad \text{in cui } Y_t^L = P_t T_t$$

$$P_{t+1} = G P_t N_{t+1} \quad \text{con } G = 1 + g;$$

$$X_{t+1} = R(X_t - C_t) + Y_{t+1}^L \quad \text{ricavabile dalle precedenti e dalla quale deriva}$$

$$x_{t+1} = \frac{R \cdot (x_t - c_t)}{GN_{t+1}} + T_{t+1}, \quad \forall t$$

$$\text{in cui } x_t \equiv \frac{X_t}{P_t} \quad \text{e} \quad c_t \equiv \frac{C_t}{P_t}$$

condizione iniziale:

$$x(0) = x_0, \quad x_0 = X_0 / P_0$$

vincoli sui controlli:

$$0 \leq C_t \leq X_t \Leftrightarrow 0 \leq c_t \leq x_t, \quad t = 0, \dots, N-1$$

Parametri comuni impiegati per entrambe le simulazioni:

$$\begin{array}{lll} \delta = 0 & r = 0 & g = 0 \\ \rho = 1 & X_0 = 0 & P_0 = 100 \end{array}$$

Orizzonte temporale di 90 periodi

Parametri differenti per le due simulazioni:

1. $K = 0,66$ e

shock moltiplicativi transitori di reddito (T_t) pari ad 1 fino all'età 65 inclusa, nulli dopo;

2. $K = 0$ e

shock moltiplicativi transitori di reddito pari ad 1.01 fino all'età 65 inclusa, 0.1 dopo.

Le variabili impiegate nel modello sono:

E = operatore statistico di valore atteso

β = fattore di attualizzazione dell'utilità futura

δ = tasso di sconto dell'utilità futura

C = consumo

X = ricchezza totale

$u(C)$ = funzione di utilità istantanea

ρ = indice relativo di avversione al rischio

K = *bequest factor*, propensione ai lasciti

W = ricchezza non umana, finanziaria ed immobiliare

R = fattore di capitalizzazione della ricchezza

r = tasso di interesse della ricchezza

Y^L = reddito da lavoro

P = reddito permanente

T = shock moltiplicativo transitorio sul reddito permanente

N = shock moltiplicativo permanente sul reddito permanente

G = fattore di crescita del reddito permanente

g = tasso di crescita del reddito permanente

x = rapporto ricchezza-reddito

c = rapporto consumo-reddito

Non si può tacere, però, che i due scenari potrebbero apparire speculari: se lo scenario del flusso annuo dei lasciti (il secondo) attiene alla ricchezza ricevuta per trasmissione ereditaria, la simulazione di assenza di ricchezza ereditata e di una propensione ai lasciti di 0,66 (il primo scenario) è rappresentativa di un movente ereditario dell'agente (seppur nel "modello egoistico") che attiene ai lasciti donati agli eredi.

Abbiamo già detto nell'ottavo capitolo che, nel lungo periodo, l'uguaglianza tra lasciti donati e ricevuti deve essere soddisfatta, in quanto un eventuale disallineamento innescherebbe dinamiche che riporterebbero all'uguaglianza.

I due scenari considerati, quindi, sono direttamente confrontabili nel lungo periodo, anche se potrebbero rappresentare situazioni differenti (rispetto alla direzione dei lasciti) nel breve periodo: i lasciti ricevuti aumentano le risorse vitali, quelli donati soddisfano la motivazione ereditaria (anche se generano comportamenti di risparmio – dovuti al movente ereditario – che aumentano, a loro volta, le risorse vitali!).

L'uguaglianza che si è detta – rappresentativa del valore di equilibrio di lungo periodo dei lasciti ricevuti in economia stazionaria ed illustrata nel capitolo 8 – è, ovviamente, il risultato di un processo dinamico di aggiustamento che, una volta ultimato, garantisce il raggiungimento della stessa condizione e ne assicura la permanenza: processi di apprendimento intergenerazionalmente trasmessi possono essere molto influenti sul tempo necessario per il raggiungimento della condizione di equilibrio del risparmio vitale (dato dalla differenza tra lasciti donati e ricevuti, nullo in economia stazionaria).

Il confronto dei due scenari che restituiscono il medesimo rapporto ricchezza-reddito è utile per capire le implicazioni politiche di questo rapporto e cercare di studiare come esso potrebbe essere determinato, posto che un certo flusso annuo dei lasciti ricevuti (rispetto alla ricchezza totale) potrebbe condurre allo stesso *wealth-income ratio* di una certa propensione ai lasciti.

Concludiamo la trattazione passando, nell'ultimo capitolo, alle interpretazioni dei risultati fin qui ottenuti ed all'illustrazione di utili spunti di riflessione per possibili ricerche future.

Capitolo 10 – Considerazioni finali, interpretazioni, riflessioni

In quest'ultimo capitolo riportiamo sinteticamente i risultati ottenuti nei precedenti attraverso il percorso fin qui condotto, cerchiamo di interpretare tali risultati – illustrandone ipotesi di partenza e considerazioni di applicabilità – ed esponiamo alcune riflessioni che ci paiono utili per possibili approfondimenti futuri.

La scelta di suddividere la presente trattazione in sezioni è stata dettata dall'esigenza di dover affrontare diverse tematiche che possono essere distintamente considerate e costituire ipotesi autonome di studio.

Al fine di studiare il comportamento ottimo di consumo/risparmio di un consumatore lungimirante che massimizzi la propria utilità intertemporale tenendo conto esplicitamente di incertezza sui redditi e lasciti, abbiamo dovuto preliminarmente porre la nostra attenzione sugli aspetti definitivi e relazionali delle variabili fondamentali del problema di scelta del consumatore. Queste questioni sono state affrontate a partire dalla “legge psicologica fondamentale” di Keynes e dalla sua teoria del consumo basata sul reddito corrente²⁴² (1936), sino ad arrivare all'ipotesi del reddito permanente di Friedman (1957) e del ciclo vitale di Modigliani-Brumberg (1954), passando attraverso il concetto di reddito relativo permanente di Duesenberry (1949).

La variabile fondamentale sulla quale si è posta particolare attenzione in tutti i modelli citati è il reddito: della sua definizione si è detto in ciascuno dei quattro capitoli che compongono la prima sezione in relazione al modello di consumo considerato in ognuno di essi, tracciando così una visione temporale evolutiva del concetto di reddito. Una volta definita la variabile di stato del modello di ottimizzazione (il reddito, appunto), si è passati a definirne la relazione con la variabile di controllo (il consumo), onde poter arrivare alla determinazione della quota di reddito non consumata (il risparmio) come mero residuo (quasi univocamente tranne che in Friedman).

Trattati gli aspetti definitivi e relazionali delle variabili fondamentali, ci siamo concentrati sul concetto di reddito permanente/risorse vitali per esporre – nella seconda sezione – la tematica del ruolo dell'incertezza nell'assunzione delle

²⁴² Talvolta denominata “ipotesi del reddito assoluto”, per porla in contrapposizione con l'ipotesi del reddito relativo (permanente) di Duesenberry.

decisioni di consumo/risparmio, osservando come essa possa essere legata a diversi fattori: durata della vita, tassi di interesse, redditi da lavoro. Si è modellata l'incertezza sui redditi con la concavità della funzione di consumo ed il risparmio precauzionale da essa generato con la positività della derivata terza della funzione di utilità. Si è parlato del risparmio precauzionale nei modelli PIH/LCH, effettuando confronti con modelli successivi di *perfect foresight/certainty equivalent* e concludendo a favore dei primi per le finalità esplicative degli effettivi comportamenti di consumo/risparmio riscontrati.

A questo punto, occorre introdurre considerazioni relative ai lasciti: lo si è fatto – nella terza sezione – con riferimento al modello LCH, poiché il suo impianto teorico si presta più di altri modelli di consumo a considerare l'eredità (versioni avanzate della LCH considerano in maniera esplicita i lasciti). In realtà, oltre l'inclusione di un addendo aggiuntivo nella funzione di utilità (la nostra scelta), esistono altre possibilità per considerare i collegamenti intergenerazionali: si può (1) ipotizzare un orizzonte temporale infinito oppure (2) includere l'utilità delle generazioni future come argomento della funzione di utilità della generazione corrente²⁴³.

Una volta riportate considerazioni relative ad incertezza e lasciti, occorre scegliere un sistema per includerle entrambe nel processo di massimizzazione ed osservare il sentiero ottimo di consumo che ne deriva: abbiamo appena detto della nostra scelta di introdurre un fattore aggiuntivo nella funzione di utilità che consideri i lasciti, preferendo questa opzione sia alla considerazione di un orizzonte temporale infinito sia all'inclusione dell'utilità delle generazioni future. Entrambe le opzioni non impiegate ci sono sembrate rappresentative di agenti eccessivamente lungimiranti, che mal riescono a rappresentare i meccanismi di scelta che stanno alla base del processo di massimizzazione dell'utilità: questa eccessiva lungimiranza condurrebbe certamente ad importanti errori valutativi legati sia alla durata infinita dell'orizzonte temporale sia alla funzione di utilità delle generazioni future, assunta sempre di un certo tipo sulla base di informazioni ed aspettative che si hanno all'inizio del processo di ottimizzazione.

La scelta della funzione di utilità all'interno della classe HARA deriva dalle

²⁴³ In questo senso, ad esempio, THOMAS I. PALLEY, «Relative Permanent Income and Consumption: A Synthesis of Keynes, Duesenberry, Friedman, and Modigliani and Brumbergh», cit., p. 12.

proprietà di questa classe di funzioni, l'opzione per l'inclusione al suo interno dell'addendo comprendente il fattore (K) relativo ai lasciti deriva dal fatto che si ritiene sufficiente (per soddisfare il “motivo di orgoglio” di Keynes) considerare una tale specificazione della funzione di utilità, apparendo eccessive entrambe le alternative. Del resto, abbiamo mostrato che la regola di consumo ottimo del primo periodo nel modello ad orizzonte finito con lasciti converge alla regola di consumo valida nel modello ad orizzonte infinito quando aumenta asintoticamente l'orizzonte temporale di riferimento: abbiamo anche derivato il numero minimo di periodi da considerare affinché tale convergenza sia verificata per diversi valori del fattore di preferenza intertemporale, del tasso di interesse e dell'indice relativo di avversione al rischio.

Un'osservazione importante è che, in ipotesi di aspettative razionali, il numero di iterazioni di cui si è detto rappresenta il numero di revisioni che si effettuano sulla variabile di stato incerta (il reddito permanente): tali revisioni sono tanto più frequenti quanto maggiore è la variabilità del reddito.

Prima di riportare alcune simulazioni grafiche sull'andamento del consumo ottimo, ricordiamo di seguito il modello di programmazione dinamica impiegato per tali simulazioni, in cui le condizioni dinamiche sono state riprese da Carroll, Hall, Zeldes (1992)²⁴⁴ e la funzione di utilità istantanea (che considera congiuntamente incertezza e lasciti) è quella impiegata da Benítez-Silva (2000)²⁴⁵. È dalla costruzione di questo modello formale che parte il nostro contributo in termini di analisi di convergenza e di costanza del sentiero di consumo ottimo intertemporale in orizzonte finito e con considerazione congiunta dei moventi precauzionale ed ereditario.

Il nostro contributo specifico è il seguente:

- rendere “iterativamente trattabile” la regola di consumo ottimo derivata in appendice da Benítez-Silva (2000);
- verificare l'enunciato di convergenza di questa regola (in orizzonte finito con lasciti) con quella derivata da Phelps (1962)²⁴⁶ (in orizzonte infinito)

²⁴⁴ C.D. Carroll, R.E. Hall e S.P. Zeldes, «The Buffer-Stock Theory of Saving: Some Macroeconomic Evidence», *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol. 1992, No. 2, 1992, pp. 72-76.

²⁴⁵ H. Benítez-Silva (2000), cit., Appendix.

²⁴⁶ E.S. Phelps (1962), cit., pp. 729-743.

quando l'orizzonte temporale tende ad infinito (dopo aver reso confrontabili i due modelli);

- **studiare il numero minimo di iterazioni – da intendersi nel senso di revisioni – che è necessario considerare per avere convergenza tra la regola di consumo ottimo del primo periodo in orizzonte finito con lasciti e la regola di consumo ottimo in orizzonte infinito;**
- **studiare le condizioni necessarie per ottenere un sentiero del consumo ottimo intertemporale costante nel ciclo di vita**, tenendo a mente che il processo di ottimizzazione dinamica può ben essere svolto per un orizzonte temporale diverso dall'aspettativa personale di vita, ancorché finito;
- **analizzare, relativamente al punto precedente, il caso diverso da quello standard** (che non considera il risparmio precauzionale ed impone l'uguaglianza tra i tassi di interesse e di preferenza intertemporale nell'equazione di Eulero);
- **osservare la nuova condizione di costanza del sentiero di consumo ottimo intertemporale rispetto al parametro che fa entrare i lasciti nella funzione di utilità**, sulla base dell'assunto che la sola considerazione del risparmio precauzionale implicherebbe un sentiero del consumo intertemporale sempre crescente mentre l'inclusione dei lasciti potrebbe variarne l'andamento;
- **osservare l'andamento del sentiero di consumo per valori del parametro relativo ai lasciti (K) diversi da quello che garantisce un sentiero del**

consumo costante $\left(\frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho} \right)$, con il risultato che valori minori conducono

ad un sentiero del consumo ottimo crescente (come implicato dal solo risparmio precauzionale) e valori maggiori conducono ad un sentiero del consumo ottimo decrescente (come conseguenza della considerazione di una motivazione ereditaria “particolarmente” elevata);

- **interpretare i risultati ottenuti** (in termini di convergenza ma soprattutto di andamento del sentiero di consumo intertemporale) **ricordando** (dal capitolo 7, che introduce i lasciti osservandone l'impatto sulle decisioni di consumo-risparmio) **che è la disponibilità di risorse vitali che determina l'andamento dei consumi programmati** e (dal capitolo 9, che illustra il modello formale) **che l'aver considerato un parametro per descrivere il movente ereditario implica che il “pride motive” rappresenti una caratteristica non modificabile nel**

corso della vita, quasi “innata” o comunque in qualche modo acquisita e mantenuta per l'intero orizzonte temporale.

Abbiamo già dato conto, nel precedente capitolo, di tutti i punti appena elencati ad eccezione dell'ultimo, che ci proponiamo di sviluppare in quest'ultimo capitolo. Abbiamo anche detto della rilevanza, in questo lavoro, dei capitoli contenuti nelle sezioni da I a III, su cui, a questo punto, non torniamo.

Ricordiamo, quindi, il modello di programmazione dinamica impiegato per le simulazioni condotte in quest'ultima sezione.

$$\max_{0 \leq C_t \leq X_t} E_t \sum_{t=0}^T \beta^t u(C_t) \quad \text{con } \beta = \frac{1}{1+\delta}$$

$$\text{in cui } u(C_t) = \frac{C_t^{1-\rho}}{1-\rho} + K \frac{(X_t - C_t)^{1-\rho}}{1-\rho}, \quad \text{con } k \geq 0$$

$$X_t = W_t + Y_t^L$$

Condizioni dinamiche:

$$W_{t+1} = R(W_t + Y_t^L - C_t), \quad \text{con } R = 1+r, \quad \text{in cui } Y_t^L = P_t T_t$$

$$P_{t+1} = G P_t N_{t+1} \quad \text{con } G = 1+g;$$

$$X_{t+1} = R(X_t - C_t) + Y_{t+1}^L \quad \text{ricavabile dalle precedenti e dalla quale deriva}$$

$$x_{t+1} = \frac{R \cdot (x_t - c_t)}{GN_{t+1}} + T_{t+1}, \quad \forall t$$

$$\text{in cui } x_t \equiv \frac{X_t}{P_t} \quad \text{e} \quad c_t \equiv \frac{C_t}{P_t}$$

Condizione iniziale:

$$x(0) = x_0, \quad x_0 = X_0 / P_0$$

Vincoli sui controlli:

$$0 \leq C_t \leq X_t \Leftrightarrow 0 \leq c_t \leq x_t$$

Le variabili impiegate nel modello sono:

E = operatore statistico di valore atteso

β = fattore di attualizzazione dell'utilità futura

δ = tasso di sconto dell'utilità futura

C = consumo

X = ricchezza totale

$u(C)$ = funzione di utilità istantanea

ρ = indice relativo di avversione al rischio

K = *bequest factor*, propensione ai lasciti

W = ricchezza non umana, finanziaria ed immobiliare

R = fattore di capitalizzazione della ricchezza

r = tasso di interesse reale della ricchezza

Y^L = reddito da lavoro

P = reddito permanente

T = shock moltiplicativo transitorio sul reddito permanente

N = shock moltiplicativo permanente sul reddito permanente

G = fattore di crescita del reddito permanente

g = tasso di crescita del reddito permanente

x = rapporto ricchezza-reddito

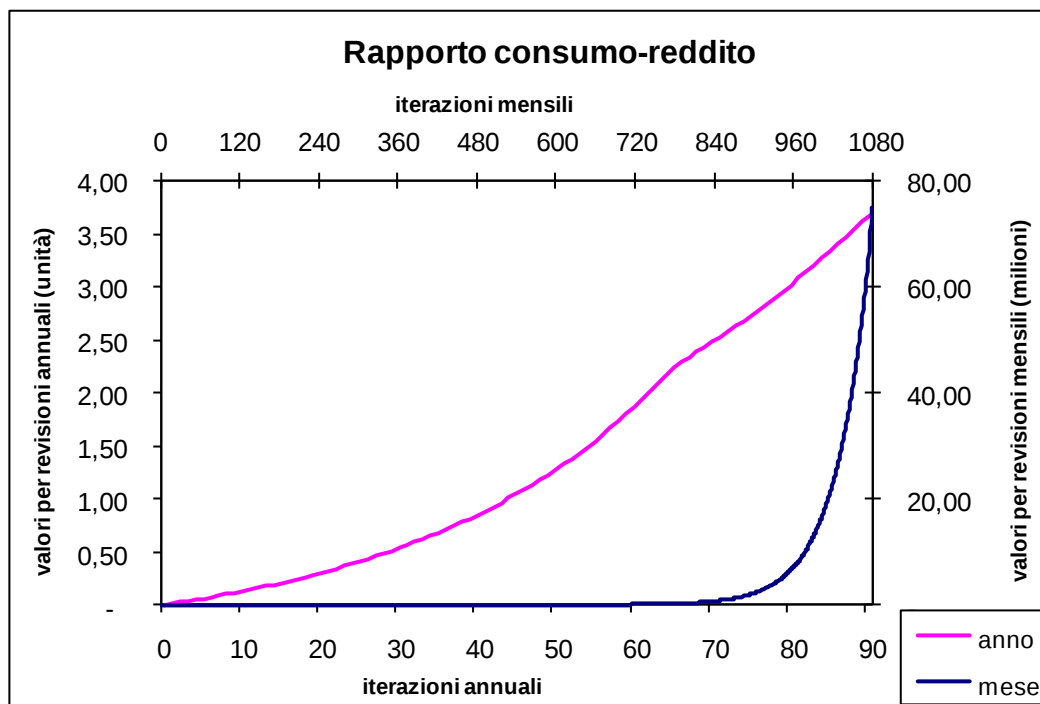
c = ricchezza consumo-reddito

Di seguito riportiamo l'andamento del rapporto consumo-reddito (rappresentativo del sentiero di consumo ottimo intertemporale) relativo ad un orizzonte di 90 anni con revisioni sia annuali sia mensili²⁴⁷: un numero più elevato di iterazioni conduce a considerare maggiormente l'incertezza, accentuando l'effetto dilatorio del consumo ottimo. Considerando lo stesso orizzonte temporale (ad esempio 90 anni), ma revisionando mensilmente le proprie aspettative di reddito (sulla base di innovazioni che si rendono note con frequenza mensile), la convergenza delle due regole di consumo ottimo sottese ai due orizzonti temporali (finito con lasciti ed infinito) è

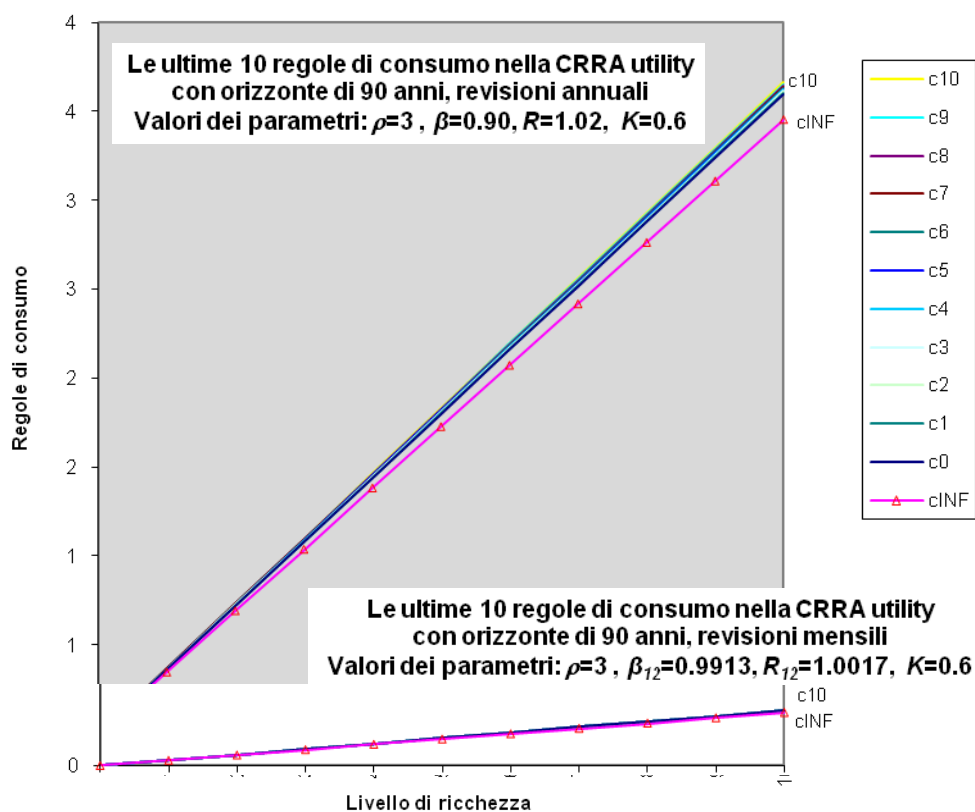
²⁴⁷ I parametri della simulazione con iterazioni annuali sono: $\beta=0.90$, $R=1.02$, $G=1$, $\rho=3$, $K=0.6$, $X_0=0$, $P_0=100$, $T=90$.

Per la simulazione con iterazioni mensili sono stati impiegati gli stessi valori dei parametri, salvo considerare i tassi di interesse e di sconto intertemporale equivalenti, $P_0=100/12$, $T=90 \cdot 12$.

possibile già nell'arco della vita dell'agente ottimizzante se egli effettua un numero sufficientemente ampio di revisioni.



Di seguito rappresentiamo le ultime dieci regole di consumo ottimo nel caso di *CRRA utility* ($\rho=3$), per i valori dei parametri riportati e un orizzonte temporale di 90 anni con revisioni annuali (su sfondo grigio) e mensili (su sfondo bianco).



Sul confronto tra diversi agenti, abbiamo mostrato che l'orizzonte temporale minimo affinché la convergenza sia verificata è tanto più ampio quanto maggiori sono l'indice relativo di avversione al rischio ed il tasso di preferenza intertemporale: ciò perché agenti più avversi al rischio e più pazienti accumulano uno stock di ricchezza elevato che deve essere ripartito in un arco temporale più ampio affinché il loro consumo nel primo periodo di vita coincida con il consumo ottimo in orizzonte infinito.

Abbiamo concluso il precedente capitolo illustrando l'andamento del consumo ottimo nel modello ad orizzonte finito con lasciti: per far ciò abbiamo studiato il segno della derivata prima della regola di consumo per il generico periodo $T - i$ (regola rappresentata dalla (9.18)) rispetto al tempo ed osservato le condizioni necessarie affinché il sentiero di consumo ottimo sia costante nell'intero orizzonte temporale di riferimento. I due casi di costanza del sentiero di consumo ottimo sono:

1. uguaglianza tra i tassi di interesse e di preferenza intertemporale ed assenza di motivazioni precauzionali del risparmio;
2. un particolare bequest factor che sta nella relazione (9.20) con il fattore di attualizzazione β e con l'indice relativo di avversione al rischio ρ ; per valori di

K differenti da $\frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}$ il sentiero di consumo ottimo non sarà costante bensì crescente se $K < \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}$, decrescente se $K > \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}$.

Quest'ultimo risultato merita di essere chiarito ed interpretato: nel paragrafo seguente spiegheremo i motivi che conducono ad un sentiero di consumo ottimo costante in presenza di considerazioni congiunte di incertezza e lasciti.

La condizione di costanza del sentiero di consumo ottimo con incertezza e lasciti

Considerazioni congiunte di incertezza e lasciti modellate mediante la funzione di utilità istantanea $u(C_t) = \frac{C_t^{1-\rho}}{1-\rho} + K \frac{(X_t - C_t)^{1-\rho}}{1-\rho}$ conducono a regole di consumo ottimo per il generico periodo $T - i$ della seguente forma:

$$C_{T-i} = \frac{X_{T-i}}{1 + \left[(R^{1-\rho})^{1/\rho} \beta^{1/\rho} \right] \cdot \left(\frac{1 - (\beta^{1/\rho})^i}{1 - \beta^{1/\rho}} + \beta^{(i-1)/\rho} \cdot K^{1/\rho} \right)}, \forall i \quad (10.1)$$

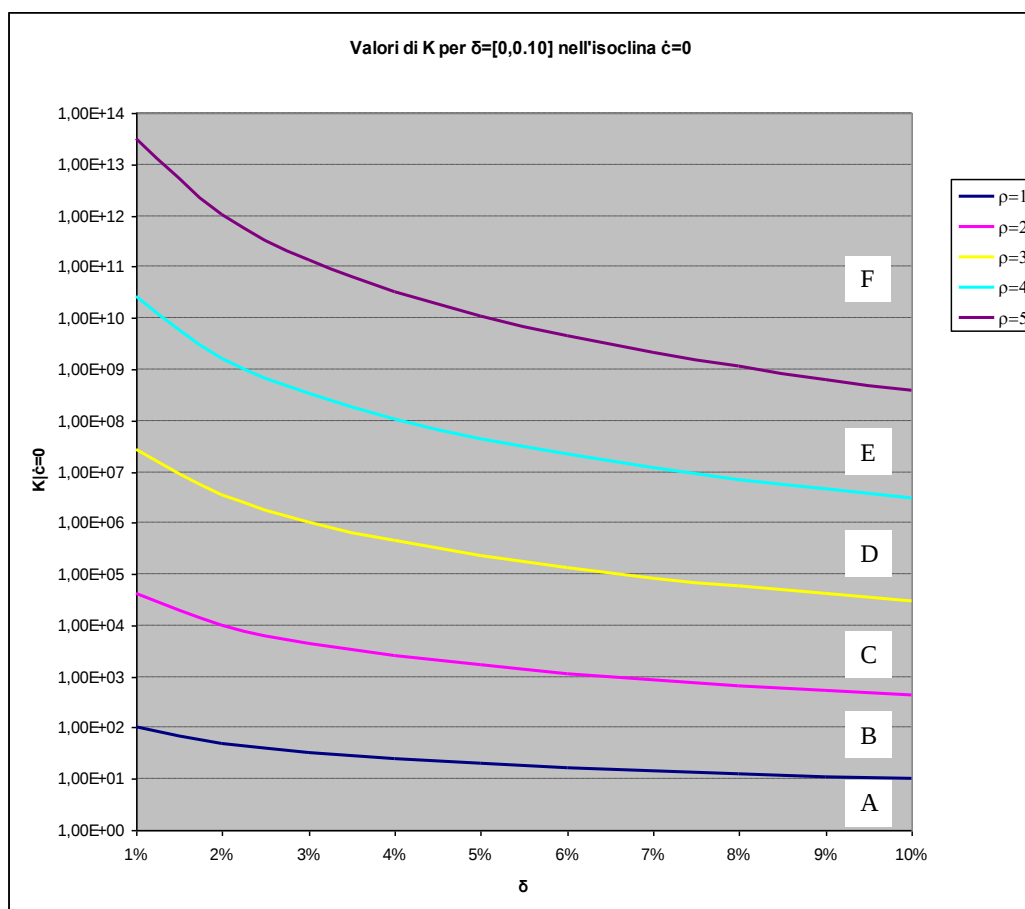
Dalla (10.1) si ricava che il sentiero di consumo intertemporale è costante se

$$K = \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}, \text{ crescente se } K < \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}, \text{ decrescente se } K > \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}.$$

Svolgendo i calcoli per $\delta \in [0.01, 0.1]$ (con $\Delta\delta = 0.01$) e per $\rho \in [1, 5]$ (con $\Delta\rho = 1$) si ottengono i seguenti valori di K che rendono costante il sentiero di consumo ottimo:

δ	β	ρ	$K \dot{c}=0$	ρ	$K \dot{c}=0$	ρ	$K \dot{c}=0$	ρ	$K \dot{c}=0$	ρ	$K \dot{c}=0$
1%	0,9901	1	1,00E+02	2	4,02E+04	3	2,73E+07	4	2,60E+10	5	3,19E+13
2%	0,98039	1	5,00E+01	2	1,01E+04	3	3,44E+06	4	1,65E+09	5	1,02E+12
3%	0,97087	1	3,33E+01	2	4,51E+03	3	1,03E+06	4	3,30E+08	5	1,36E+11
4%	0,96154	1	2,50E+01	2	2,55E+03	3	4,39E+05	4	1,06E+08	5	3,30E+10
5%	0,95238	1	2,00E+01	2	1,64E+03	3	2,27E+05	4	4,41E+07	5	1,10E+10
6%	0,9434	1	1,67E+01	2	1,14E+03	3	1,33E+05	4	2,16E+07	5	4,52E+09
7%	0,93458	1	1,43E+01	2	8,45E+02	3	8,43E+04	4	1,18E+07	5	2,13E+09
8%	0,92593	1	1,25E+01	2	6,50E+02	3	5,70E+04	4	7,02E+06	5	1,11E+09
9%	0,91743	1	1,11E+01	2	5,16E+02	3	4,04E+04	4	4,45E+06	5	6,30E+08
10%	0,90909	1	1,00E+01	2	4,20E+02	3	2,97E+04	4	2,96E+06	5	3,79E+08

La rappresentazione dei valori di K appartenenti all'isoclina $\dot{c}=0$ viene riportata di seguito per $1 \leq \rho \leq 5$, $\Delta\rho=1$.



Per valori di K inferiori a quelli indicati in tabella per ciascuna combinazione (δ, ρ) il sentiero di consumo ottimo sarà crescente, per valori superiori il sentiero sarà decrescente, per valori esattamente uguali a quelli indicati il sentiero sarà costante.

Le cinque curve riportate nel grafico per $0 \leq \delta \leq 0.10$ individuano sei aree che abbiamo indicato con le lettere da A ad F:

- l'area A, compresa tra l'asse delle ascisse e la curva $\rho = 1$, contiene i valori di K che conducono ad un sentiero di consumo crescente per consumatori che mostrano un indice relativo di avversione al rischio compreso tra 1 e 5;
- la curva $\rho = 1$ contiene i valori di K per i quali il sentiero di consumo è costante per consumatori con indice di avversione relativa al rischio di 1;
- l'area B, compresa tra le curve $\rho = 1$ e $\rho = 2$, contiene valori di K che conducono ad un sentiero di consumo crescente per consumatori che mostrano un indice relativo di avversione al rischio compreso tra 2 e 5 (decrescente se $\rho < 2$);
- la curva $\rho = 2$ contiene i valori di K per i quali il sentiero di consumo è costante per consumatori con indice di avversione relativa al rischio di 2;
- l'area C, compresa tra le curve $\rho = 2$ e $\rho = 3$, contiene valori di K che conducono ad un sentiero di consumo crescente per consumatori che mostrano un indice relativo di avversione al rischio compreso tra 3 e 5 (decrescente se $\rho < 3$);
- la curva $\rho = 3$ contiene i valori di K per i quali il sentiero di consumo è costante per consumatori con indice di avversione relativa al rischio di 3;
- l'area D, compresa tra le curve $\rho = 3$ e $\rho = 4$, contiene valori di K che conducono ad un sentiero di consumo crescente per consumatori che mostrano un indice relativo di avversione al rischio compreso tra 4 e 5 (decrescente se $\rho < 4$);
- la curva $\rho = 4$ contiene i valori di K per i quali il sentiero di consumo è costante per consumatori con indice di avversione relativa al rischio di 4;
- l'area E, compresa tra le curve $\rho = 4$ e $\rho = 5$, contiene valori di K che conducono ad un sentiero di consumo crescente per consumatori che mostrano un indice relativo di avversione al rischio di 5 (decrescente se $\rho < 5$);
- la curva $\rho = 5$ contiene i valori di K per i quali il sentiero di consumo è costante per consumatori con indice di avversione relativa al rischio di 5;
- l'area F, compresa tra la curve $\rho = 5$ e l'asse delle ordinate, contiene valori di K

che conducono ad un sentiero di consumo decrescente per consumatori che mostrano un indice relativo di avversione al rischio compreso tra 1 e 5.

Il significato del valore soglia di K che rende il sentiero di consumo ottimo costante è il seguente: se $K = \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}$ tutte le regole di consumo intertemporale si attestano al medesimo livello perché nella funzione di utilità del soggetto – considerando il fattore di preferenza intertemporale e l'indice relativo di avversione al rischio – la considerazione dell'incertezza ed il *bequest motive* conducono ad un livello di ricchezza (accumulato sia per motivazioni precauzionali sia per motivazioni “di orgoglio”) tale da rendere ottimale un sentiero di consumo costante.

Più in dettaglio, occorre precisare che **la considerazione dei lasciti e dell'incertezza in un modello di massimizzazione dell'utilità implica un processo di scelta libera da vincoli di sussistenza, altrimenti tutta la ricchezza disponibile sarebbe certamente consumata nel tentativo di soddisfare i bisogni strettamente primari. Laddove questi vincoli non sussistono** (e per la parte di risorse eccedente quella necessaria a soddisfare i bisogni primari) **sia considerazioni di precaution sia considerazioni di pride conducono a comportamenti di risparmio positivo che aumentano la ricchezza accumulata.** La continuità della regola di consumo per valori positivi dei parametri e la sua derivabilità rispetto al numero di periodi rimanenti (i) permettono di trovare un valore soglia di K tale da rendere il sentiero intertemporale di consumo ottimo costante: tale sentiero intertemporale sarà crescente per valori di K inferiori a questo valore soglia a causa del risparmio precauzionale, decrescente dopo tale valore soglia perché si è accumulato un livello di ricchezza tale che non è necessario (meglio, ottimale) continuare a risparmiare per garantire un sentiero intertemporale del consumo crescente ma è possibile (ottimale) consumare in misura maggiore oggi piuttosto che nei periodi futuri (anche in considerazione del forte movente ereditario).

Il fattore K indica l'importanza della quota di reddito destinata al consumo delle generazioni future: esso entra nelle funzioni di utilità istantanea del cosiddetto modello “egoistico” dei lasciti²⁴⁸ come fattore di importanza relativa di questi rispetto al consumo personale.

²⁴⁸ H. Benitez-Silva (2000), op. cit., nota 12.

Le considerazioni riportate sull'orizzonte temporale di riferimento fanno pensare che tale fattore (K) sia legato all'orizzonte temporale che ci si pone davanti quando si risolve il problema di consumo ottimo: il suo legame con il fattore di preferenza intertemporale e l'indice relativo di avversione al rischio confermano questa supposizione. Il fattore di preferenza intertemporale (β) è certamente influenzato dall'orizzonte temporale così come l'avversione al rischio (ρ) del consumatore; il *bequest factor* diventa influente se l'orizzonte temporale è infinito; tutti questi fattori sono legati all'orizzonte temporale: un K che rappresenta un certo orizzonte temporale rende il sentiero di consumo ottimo costante per quei consumatori che si pongono quel particolare orizzonte temporale (che è finito!), se l'orizzonte temporale è minore si accumulerà un livello di ricchezza inferiore e quindi è ottimale garantirsi un sentiero di consumo crescente per far fronte all'incertezza futura, se l'orizzonte temporale è maggiore si accumulerà un livello di ricchezza superiore e quindi diventa ottimale un sentiero intertemporale di consumo decrescente.

Ancora una notazione sull'orizzonte temporale. Ci si potrebbe chiedere quale sia il senso pratico (avendo a riferimento il ciclo di vita “umano”) di aver calcolato che la convergenza della regola di consumo ottimo nel primo periodo del modello ad orizzonte finito con lasciti (c_0) alla regola di consumo ottimo in orizzonte infinito (c_∞) avvenga, ad esempio, per un numero minimo di periodi pari a 986 nel caso di un consumatore con un indice di avversione al rischio medio ($\rho = 3$) e un fattore di preferenza intertemporale di 0.90. Naturalmente, la risposta al precedente quesito è certamente che la suddetta simulazione non ha alcuna rilevanza pratica se per periodo si intende l'anno solare! In una siffatta ipotesi, tuttavia, stiamo assumendo che l'orizzonte temporale per distinguere i componenti di reddito in permanenti e transitori (a tacere della categoria residuale dei quasi-permanenti)²⁴⁹ sia proprio l'anno solare, il che potrebbe essere un periodo eccessivamente lungo nel caso di mercati del lavoro caratterizzati da forti e crescenti elementi di incertezza. Se le aspettative (sui redditi futuri, per esempio) variano velocemente, ciò condurrà ad una

²⁴⁹ M. Friedman e S. Kuznetz, «Income from Independent Professional Practice», *National Bureau of Economic Research*, New York, 1945, pp. v-xiii; 325-38; 352-64.

revisione del sentiero di consumo ottimo prima del decorso dell'anno: è in questo senso che deve essere letto il numero minimo di iterazioni, dove iterazione sta per revisione.

Un'ultima considerazione inerente alla modellazione qui adottata: poiché la ricchezza aggregata è costituita da ricchezza «a gobba» (accumulata nel ciclo di vita) e da ricchezza ereditata, l'interrogativo rilevante non è *se* il movente ereditario sia presente nella formazione della ricchezza esistente, ma *quanto* questo sia importante. La riflessione va quindi spostata da considerazioni di esistenza a considerazioni di rilevanza dei moventi precauzionale ed ereditario nel processo di accumulazione della ricchezza, essendo ciò importante anche in termini di efficacia degli interventi di *policy*.

Sono state calcolate diverse stime della quota di ricchezza dovuta ai trasferimenti²⁵⁰ e quello che si vuole adesso porre in rilievo è che **una modellazione come quella qui presentata può adattarsi, mediante il parametro K , a diversi valori di ricchezza ereditata ed aiutare a riflettere sull'ottimalità dei comportamenti di consumo/risparmio riscontrati, soprattutto in età avanzata.**

Lo studio del valore del parametro K è stato condotto senza considerare alcuna dinamica della propensione ai lasciti nel corso della vita. Esistono lavori, afferenti l'economia culturale, che potrebbero spiegare questa scelta attraverso l'osservazione dell'impatto della cultura sulla performance economica: un impatto che può provenire da più di un canale ed aiutare a spiegare la diversità dei risultati economici di paesi "culturalmente" diversi. Del resto, la propensione ai lasciti (e, più in generale, la propensione al risparmio) rappresenta un'attitudine diversificata sulla cui base è possibile distinguere popolazioni "culturalmente" differenti.

Ci appare particolarmente interessante illustrare, in estrema conclusione del presente lavoro, alcuni aspetti della diversità culturale che – alla stregua delle variabili economiche definite nella prima sezione – hanno importanti risvolti

²⁵⁰ F. Modigliani, «The Role of Intergenerational Transfers and Life Cycle Saving in the Accumulation of Wealth», *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 2, No. 2 (Spring, 1988), pp. 15-40; trad. it. a cura di Mario Zappacosta in F. Modigliani, *Consumo, risparmio, finanza*, Bologna, Il Mulino, 1992, saggio 5, «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», p. 227, tab.1 per una rassegna di questi lavori.

L.T. Kotlikoff e L.H. Summers, «The Role of Intergenerational Transfers in Aggregate Capital Accumulation», in *Journal of Political Economy*, agosto 1981, pp. 706-732.

sull'economia di diversi paesi e potrebbero spiegare (anche attraverso l'impiego di una differente propensione ai lasciti) la rilevanza di concetti come *trust* e *capitale culturale* sia sulle performance economiche sia sulle dinamiche intergenerazionali.

Il collegamento tra propensione ai lasciti, capitale culturale e livello di fiducia

Ci rifaremo, in quest'ultimo paragrafo, alla definizione di cultura impiegata da Guiso, Sapienza, Zingales (2006)²⁵¹ «*as those customary beliefs and values that ethnic, religious, and social groups transmit fairly unchanged from generation to generation*»²⁵². Una siffatta definizione rende evidenti i collegamenti intergenerazionali nella trasmissione di credenze e valori.

Mentre esiste una letteratura piuttosto ampia – anche se non univoca – sulla trasmissione di ricchezza «non umana»²⁵³ mediante lasciti ereditari, la trattazione di eredità culturale come trasmissione di ricchezza tangibile ed intangibile legata al concetto di «capitale culturale» appare ancora più controversa quanto alle definizioni impiegate: se il quesito principale sulla trasmissione ereditaria di ricchezza finanziaria ed immobiliare riguarda il movente che ne è all'origine (precauzionale o puramente ereditario)²⁵⁴, il quesito sulla trasmissione di eredità culturale è già a livello di definizione (variando in tempi e luoghi differenti sulla base dei valori storici ed artistici prevalenti nonché delle priorità dei diversi decisori pubblici).

Il concetto di «capitale culturale», che racchiude in sé valori d'uso (di marxiana memoria) e valori non d'uso (quali il valore opzionale, di esistenza, di *bequest*, di prestigio, estetico, di identità), deve essere inteso sia in termini di stock di assets (edifici, monumenti, siti storici e archeologici, ecc.), sia in termini di flusso dei servizi nel tempo.

La conservazione dello stock e la gestione della dinamica del flusso di servizi del capitale culturale rappresentano attività le cui implicazioni politiche si estrinsecano

²⁵¹ Luigi Guiso, Paola Sapienza e Luigi Zingales, «Does Culture Affect Economic Outcomes?», *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 20, No. 2, Spring 2006, pp. 23-48.

²⁵² *Ibidem*, p. 23, §2.

²⁵³ Intesa sempre come ricchezza finanziaria ed immobiliare, in contrapposizione alla ricchezza «umana», definita come flusso attualizzato di redditi (da lavoro) futuri.

²⁵⁴ Franco Modigliani, «The Role of Intergenerational Transfers and Life Cycle Saving in the Accumulation of Wealth», cit.

in termini di sostenibilità (intesa come possibilità di fruizione da parte delle generazioni future) e di diversità (di visione, valori, credenze, pratiche ed espressioni).

Adottare una definizione di cultura come insieme di credenze e valori generazionalmente trasmessi da gruppi etnici, religiosi e sociali – unitamente alla restrizione dei potenziali canali di influenza sulla performance economica a (1) credenze e valori trasmessi e (2) preferenze – rappresenta un modo per studiare le determinanti culturali della crescita economica.

Partendo dalla precedente definizione di cultura e considerando solo due fonti di influenza culturale sull'economia, uno esogeno (credenze e valori) l'altro endogeno (preferenze), occorre osservare le modalità con cui le determinanti culturali impattano sulle performance economiche. Guiso, Sapienza e Zingales (2006)²⁵⁵ distinguono tre fasi:

1. ammettere un impatto diretto della cultura su aspettative e preferenze;
2. mostrare che queste aspettative e preferenze hanno un impatto sui risultati economici (ad esempio in termini di politiche redistributive di reddito, che possono modificare anche considerevolmente la propensione media al consumo);
3. concentrarsi sugli aspetti culturali esogeni (ereditati dalle precedenti generazioni – come etnia e religione – e generalmente invarianti nel corso della vita dell'individuo) per individuare il solo rapporto causale cultura-economia.

L'ultimo punto, in particolare, vuole porre al di fuori dell'analisi tutti quegli aspetti culturali accumulati volontariamente dall'individuo (e per questo definiti endogeni) e non ereditati dalla generazione precedente; ciò al fine di escludere il rapporto causale economia-cultura che dovrebbe, diversamente, essere considerato. In termini operativi, religione ed etnia vengono impiegati, ad esempio, come variabili strumentali per analizzare le preferenze sulle politiche redistributive. Inoltre, è possibile testare se religione ed etnia influenzino il livello di fiducia degli individui: ad esempio, pare che l'effetto della religione sulla fiducia sia positivo (e statisticamente significativo) sia per i cattolici che per i protestanti, ma maggiore per

²⁵⁵ Luigi Guiso, Paola Sapienza e Luigi Zingales, «Does Culture Affect Economic Outcomes?», cit., p. 24.

questi ultimi²⁵⁶; ancora, l'effetto delle origini etniche sulla fiducia degli immigranti americani appare positivo nel caso di origini scandinave, negativo nel caso di origini euro-mediterranee, ancora più negativo nel caso di origini africane²⁵⁷.

Particolarmente interessante appare la considerazione del concetto di fiducia nell'economia culturale. Essa può essere pensata come «la probabilità soggettiva con la quale un agente valuta che un altro agente o gruppo di agenti eseguirà una particolare azione»²⁵⁸; una siffatta definizione di fiducia può facilmente essere incorporata in modelli economici standard. Assurgere la fiducia a livello di variabile culturale, tuttavia, pone seri problemi: essa non è certamente ereditata in quanto dipende dalla qualità del sistema legale o dall'interazione strategica tra agenti²⁵⁹, può essere il risultato di investimenti ottimali in capitale sociale²⁶⁰, non è l'unico meccanismo attraverso il quale la cultura può influenzare l'economia²⁶¹.

Una variabile culturale che catturi l'informazione dell'impatto della cultura sui risultati economici, isolando tale influenza da quella che va nella direzione opposta (dalla struttura economica alla cultura), deve essere invariante nell'orizzonte temporale di riferimento (ad esempio, nel corso della vita umana) o, al più, modificabile con difficoltà dagli individui: questo è il motivo dell'impiego di origini etniche e religiose come variabili culturali incidenti sulle performance economiche.

Naturalmente, sempre a voler considerare i soli effetti delle variabili culturali sui risultati economici (e non il *vice versa*), oltre alle variabili esogene etniche e religiose, occorre considerare le preferenze degli individui: attraverso questo canale (endogeno) è possibile influenzare le preferenze del decisore pubblico o semplicemente esprimere dei giudizi differenti da quelli originari man mano che le preferenze evolvono. Entrambe le vie, legate ai due livelli di scelta, possono impattare sulla performance economica.

²⁵⁶ *Ibidem*, p. 30, fig.1.

²⁵⁷ *Ibidem*, p. 31, fig.2.

²⁵⁸ Diego Gambetta, "Can We Trust Trust?", in *Trust: Making and Breaking Cooperative Relations*, Oxford, 2000, pp. 213-37, traduzione nostra.

²⁵⁹ Robert Axelrod, «The Evolution of Cooperation», New York, 1984.

²⁶⁰ Edward Glaeser, David Laibson e Bruce Sacerdote, «An Economic Approach to Social Capital», *Economic Journal*, Vol. 112, No. 483, November 2002, pp. 437-58.

²⁶¹ Luigi Guiso, Paola Sapienza e Luigi Zingales, «Does Culture Affect Economic Outcomes?», cit., p. 29.

Avendo distinto le determinanti culturali della performance economica in esogene ed endogene, è opportuno considerare separatamente gli effetti di queste variabili sui risultati economici.

Per quanto riguarda le variabili culturali esogene – intese come religione ed etnia – occorre precisare che il loro effetto sull'economia passa attraverso il concetto di *trust*. Abbiamo già detto che la fiducia dipende da vari fattori: la qualità del sistema legale, l'interazione strategica tra agenti economici, gli investimenti in capitale sociale. Inoltre, la fiducia non rappresenta l'unico meccanismo attraverso il quale la cultura può influenzare l'economia, essendo, peraltro, il meccanismo di impatto delle variabili culturali esogene sui risultati economici.

Comunque, può non essere agevole distinguere l'influenza di credenze “ereditate” da quella di aspettative razionali quando si osserva una scelta tra più alternative o un qualunque fatto influenzato dalla «cultura». Ogniqualvolta si è chiamati a prendere decisioni per cui non si ha un'esperienza diretta precedente, solitamente si fa ricorso alle credenze ereditate; allorquando le interazioni interpersonali sono diffuse e frequenti, si fa ricorso alle aspettative per costruire scenari possibili da cui partire per scegliere l'azione da intraprendere. L'esempio dell'elevata fiducia degli svedesi²⁶² è emblematico: come spiegare il fatto che gli svedesi si fidano più di altri popoli? È questo il risultato di credenze ereditate o piuttosto una scelta razionale derivante dal contesto di fedeltà prevalente nel paese? Generalmente è difficile rispondere; in casi particolari, comunque, discernere è possibile.

È interessante ricordare i risultati di un'indagine²⁶³ sull'Eurobarometro, in cui a vari cittadini europei è stato chiesto il loro livello di fiducia nei confronti di cittadini europei provenienti da altri Stati membri. Considerando i dati che mostrano come comune denominatore la nazionalità svedese, è possibile identificare tre componenti di fiducia:

1. il livello medio di fiducia degli svedesi verso gli altri cittadini europei;
2. il livello medio di fiducia degli altri cittadini europei verso gli svedesi;

²⁶² *Ibidem*, p. 33.

²⁶³ Guiso, Luigi, Paola Sapienza e Luigi Zingales, «Cultural Biases in Economic Exchange», NBER Working Paper No. 11005, 2004.

3. una componente idiosincratICA per il confronto a due tra svedesi e altri cittadini europei (svedesi e italiani, svedesi e tedeschi, ecc.).

Naturalmente, estendendo l'osservazione a tutte le possibili combinazioni di nazionalità europee a gruppi di due, è possibile notare, ad esempio, come la visione degli svedesi verso i tedeschi (in termini di fiducia) differisca dalla visione (negli stessi termini) di altri cittadini europei nei confronti dei tedeschi. Nell'indagine si riscontra una componente idiosincratICA di fiducia crescente se i due paesi condividono la stessa religione e decrescente nel caso di lunghi conflitti bellici o "distanza genetica"²⁶⁴. Inoltre, il ruolo della fiducia ereditata nella formazione delle credenze personali è meno importante nel caso di soggetti con un più elevato livello di istruzione.

Un interessante studio²⁶⁵, che si propone di osservare l'influenza della cultura nella formazione delle credenze, è stato condotto mettendo a confronto le risposte fornite in un *ultimatum game* tra diverse tribù. Le regole del gioco consistono nella proposta (a_i) da parte di un giocatore (A) di come distribuire una somma di denaro ($x_i + y_i$) tra sé (x_i) ed un altro giocatore (y_i): se il secondo giocatore (B) rifiuta la proposta allocativa del primo (x_i, y_i), entrambi i giocatori non ricevono nulla (0, 0); se il secondo giocatore accetta, il denaro viene ripartito così come stabilito nella proposta del primo giocatore (x_i, y_i). La matrice dei *pay-off* nel caso 2x2 è semplicemente:

			B	
			b_1	b_2
			Accetta a_i	Non accetta a_i
A	a_1	Sceglie	x_1	0
		(x_1, y_1)	y_1	0
	a_2	Sceglie	x_2	0
		(x_2, y_2)	y_2	0

²⁶⁴ La distanza genetica può riguardare, oltre gli aspetti somatici, anche la differenza di antiche tradizioni culturali o addirittura estendersi ad aspetti economici come le differenze reddituali tra gli stati.

²⁶⁵ Henrich, Joseph, Robert Boyd, Sam Bowles, Colin Camerer, Herbert Gintis, Richard McElreath e Ernst Fehr, "In Search of Homo Economicus: Experiments in 15 Small-Scale Societies", *American Economic Review*, Vol. 91, No. 2, 2001, pp. 73-79.

Da un punto di vista di razionalità economica, qualsiasi proposta del giocatore A che assegni a B un ammontare di denaro positivo ma arbitrariamente prossimo allo zero ($y_i \approx 0$) dovrebbe essere accettata da B, dato che l'alternativa (non accettare) sarebbe strettamente dominata, sia personalmente sia socialmente (se B non accetta a_i il suo *pay-off* sarà nullo, così come quello di A). Nonostante ciò, è stato riscontrato in quasi tutti gli esperimenti che coloro che hanno il potere di scelta offrono all'altro giocatore un ammontare superiore a quello strategico. Gli autori²⁶⁶ mostrano che l'offerta media varia in modo sistematicamente correlato con l'occupazione prevalente delle tribù, da un minimo del 26 per cento per la tribù Machiguenga in Perù ad un massimo del 58 per cento (addirittura più di un'offerta egualitaria!) per la tribù Lamelara in Indonesia: le tribù le cui attività di sussistenza di base richiedono maggiori economie di scala (e quindi più elevati livelli di cooperazione) offrono di più. Approfittarsi di un potere di scelta laddove è importante il livello di cooperazione – addirittura per garantire la sussistenza stessa della tribù – non appare una buona strategia; inoltre, una volta instaurato un certo livello di fiducia, questo persiste ed esercita la sua influenza sulle relazioni economiche, trasmettendosi anche alle generazioni successive. La scelta del giocatore A è quindi influenzata dal livello di cooperazione che egli ha necessità di mantenere con il giocatore B e le due alternative potrebbero rappresentare le due scelte in caso di minima e massima cooperazione: la scelta di A influenzerà certamente il livello di fiducia tra i due giocatori (tribù) ed avrà ripercussioni sui loro rapporti economici futuri. Tale scelta sarà quella di offrire un importo quasi nullo solo nel caso di gioco *one-shot*, altrimenti l'offerta aumenterà all'aumentare della necessità di cooperazione con l'altra tribù.

L'impatto delle variabili culturali esogene sui risultati economici avviene, quindi, per il tramite della fiducia. La fiducia assume un ruolo fondamentale quando le controparti non si conoscono (come potrebbe essere il caso di acquirenti e venditori di paesi differenti), quando la transazione perdura nel tempo (piuttosto che concludersi *on the spot*), quando il sistema di protezione legale presenta delle imperfezioni.

²⁶⁶ *Ibidem*.

L'effetto delle variabili culturali endogene – intese come preferenze – sui risultati economici presenta delle dinamiche molto più accentuate rispetto a quanto implicato dalle variabili esogene: se è difficile che un individuo cambi il proprio credo religioso da quello dei genitori ed impossibile che egli modifichi le proprie origini etniche, lo stesso non può dirsi sul cambiamento delle proprie preferenze o sull'influenza di queste nella formazione delle preferenze del decisore pubblico. Le implicazioni dell'evoluzione delle preferenze sono notevoli, ad esempio, nell'ambito del commercio internazionale. In particolare, Bala e Long (2004)²⁶⁷ mostrano che un'elevata sensitività delle preferenze ai prezzi relativi (quelli che rilevano nel commercio internazionale) genera una distribuzione delle preferenze che può fluttuare ciclicamente nel tempo.

Se è facilmente comprensibile il fatto che individui più istruiti tendano a dare meno enfasi alle credenze ereditate, formando il proprio background culturale anche attraverso le esperienze personali, è certamente vero che la cultura ereditata rappresenta comunque la base di partenza per la formazione delle preferenze personali. Fa riflettere lo studio di Ichino e Maggi²⁶⁸ sulle differenze nell'attitudine a sottrarsi al lavoro (*shirking on the job*) legate al territorio italiano: sembra che tali differenze siano spiegabili con il luogo di nascita, che può essere interpretato come una *proxy* del background culturale.

Da quanto sopra detto, è chiaro che la cultura impatta sulla performance economica attraverso l'influenza generata sulle preferenze: quest'ultima relazione (cultura-preferenze) si può osservare concentrando l'attenzione sulle decisioni di risparmio. Guiso, Sapienza e Zingales (2003)²⁶⁹ inferiscono il collegamento tra religione e preferenze per la parsimonia dalle risposte fornite ad una domanda del *World Value Survey* sull'importanza dell'insegnamento ai bambini – da parte della famiglia – dell'attitudine al risparmio. Controllando per alcune variabili rilevanti²⁷⁰, essi trovano che cattolici e protestanti considerano importante l'insegnamento

²⁶⁷ Bala, Vankatesh e Ngo Van Long, «International Trade and Cultural Diversity: A Model of Preference Selection», CESifo Working Paper No. 1242, 2004.

²⁶⁸ Andrea Ichino e Giovanni Maggi, «Work Environment and Individual Background: Explaining Regional Shirking Differentials in a Large Italian Firm», *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 115, No. 3, 2000, pp. 1057-90.

²⁶⁹ Luigi Guiso, Paola Sapienza e Luigi Zingales, «People's Opium? Religion and Economic Attitudes», *Journal of Monetary Economics*, Vol. 50, No. 1, 2003, pp. 225-82.

²⁷⁰ Salute, genere, età, istruzione, classe sociale, reddito, credenza religiosa, effetti paese, epoca dell'intervista.

dell'attitudine al risparmio ai propri bambini più delle persone non religiose, con uno scarto positivo del 3.8 e del 2.7 per cento, rispettivamente. Gli scarti di altre religioni (buddisti, induisti, ebrei) sono anche quantitativamente maggiori mentre i musulmani si attestano essenzialmente allo stesso valore dei non religiosi: questi ultimi risultati, tuttavia, non sono statisticamente significativi.

Asseverata l'influenza delle differenze culturali sulle preferenze individuali, occorre studiare in quale misura queste preferenze impattano sull'economia: rimanendo all'esempio dell'insegnamento del valore della parsimonia, qual è l'impatto che la trasmissione di questo valore genera sulle decisioni di risparmio? Per ovviare alla mancanza di dati su risparmi e consumi individuali nel *World Value Survey*, gli autori²⁷¹ considerano i dati sul risparmio nazionale ed impiegano come variabile dipendente dello studio econometrico il tasso di risparmio nazionale, misurato come rapporto tra risparmio nazionale e PIL. Essi trovano che il potere esplicativo dei fattori culturali sul risparmio nazionale è abbastanza comparabile a quanto implicato dal modello del Ciclo Vitale²⁷²: questo risultato suggerisce che le variabili culturali sono importanti quanto le variabili economiche per capire le differenze nei tassi di risparmio nazionale tra paesi²⁷³.

Per quanto riguarda l'impatto delle preferenze politiche sulla performance economica, è probabile che il decisore pubblico (agente) tenga in considerazione le preferenze dell'elettorato (principale) tanto più quanto maggiore è l'importanza che egli assegna alla rielezione. Una misura dell'impatto economico delle scelte del *policy maker* deve essere osservata in riferimento alle singole politiche pubbliche: per quanto concerne le politiche redistributive di reddito, ad esempio, Alesina e Glaeser (2004)²⁷⁴ documentano una forte correlazione positiva fra la proporzione di persone che ritiene la povertà una responsabilità sociale e la quota di PIL spesa in welfare; essi, nondimeno, non si preoccupano di possibili determinanti culturali in quanto attribuiscono le differenze all'indottrinamento politico. Appare, comunque, che le determinanti culturali della preferenza per la redistribuzione esistano ed influenzino le politiche redistributive messe in atto.

²⁷¹ Luigi Guiso, Paola Sapienza e Luigi Zingales, «Does Culture Affect Economic Outcomes?», cit., p. 38.

²⁷² Franco Modigliani e Richard Brumberg, «Utility Analysis and Aggregate Consumption Functions: An Attempt at Integration», cit.

²⁷³ *Ibidem*, p. 39.

²⁷⁴ Alberto Alesina e Edward L. Glaeser, «Fighting Poverty in the US and Europe», Oxford, Oxford University Press, 2004.

Conclusione

È emerso già dall'inizio del presente lavoro l'importanza di ben definire le variabili oggetto di studio, le relazioni tra le predette variabili, l'orizzonte temporale di riferimento ed il metodo risolutivo impiegato.

La considerazione congiunta di due aspetti rilevanti per le scelte di consumo-risparmio di un consumatore lungimirante – incertezza sui redditi e lasciti intergenerazionali – ci ha condotto, dapprima, alla trattazione separata dei due aspetti, dopo aver scelto il modello di consumo più idoneo per tale scopo. La necessità, per gli scopi prefissati nel presente lavoro, di mettere insieme i due aspetti ha orientato, poi, la nostra scelta di una funzione di utilità *ad hoc*, scelta imprescindibile per il procedimento risolutivo impiegato.

Dopo aver studiato l'andamento del sentiero di consumo ottimo intertemporale sotteso a questa particolare funzione di utilità ed osservato il ruolo del parametro rappresentativo della propensione ai lasciti, abbiamo fornito alcune interpretazioni dei risultati ottenuti.

Estendendo le riflessioni anche al campo dell'economia culturale, abbiamo osservato che la considerazione delle generazioni future mediante la trasmissione di *eredità culturale* fa emergere il concetto di *capitale culturale*, di cui occorre garantire sostenibilità e diversità attraverso un'oculata e lungimirante conservazione dello stock e gestione della dinamica del flusso di servizi.

La distinzione delle determinanti culturali della crescita economica in esogene ed endogene ci ha suggerito di osservarne separatamente gli effetti economici. Per quanto riguarda le variabili esogene – intese come quegli aspetti culturali ereditati e difficilmente modificabili nel corso della vita dell'individuo – esse esplicano i propri effetti economici per il tramite della *fiducia*: una volta instaurato un certo livello di fiducia, questo persiste ed esercita la sua influenza sulle relazioni economiche. Per quanto concerne le variabili endogene – intese come preferenze che evolvono nel tempo – esse esplicano i propri effetti economici mediante i comportamenti dei singoli, anche attraverso l'influenza che questi esercitano sulle decisioni dei *policy makers*.

Un risultato importante è che le differenze nel tasso di risparmio nazionale tra paesi possono essere spiegate tanto da variabili economiche quanto da variabili

culturali: il potere esplicativo delle variabili culturali appare abbastanza comparabile con quello delle variabili economiche secondo il modello del Ciclo Vitale.

L'inserimento di elementi culturali nell'analisi economica permette di cogliere aspetti del mondo reale che migliorano la comprensione delle stesse performance economiche, rendendo più accettabili anche gli elevati valori del parametro rappresentativo della propensione ai lasciti (K) necessari per garantire la costanza del sentiero di consumo ottimo intertemporale.

Un'ultima notazione ci appare opportuna: se è vero che il modello “egoistico” dei lasciti rappresenta meglio il puro movente ereditario rispetto all'approssimazione di vita infinita e ad un modello a generazioni sovrapposte, è anche possibile discriminare tra incertezza sui propri redditi (che genera *precautionary saving*) ed incertezza sui redditi dei figli (generante *precautionary bequests*)²⁷⁵.

Nel lavoro di C. Simon Fan (2005)²⁷⁶ i genitori non si preoccupano direttamente dell'utilità dei figli ma cercano di avere nipoti, inducendo i figli a procreare mediante trasferimenti ad essi donati (distinti in investimenti in istruzione dei figli e lasciti). In questo modello si vuole considerare l'incertezza intergenerazionale come un'altra fonte di risparmio precauzionale, che può derivare, in parte, dalla motivazione ereditaria: l'implicazione fondamentale è che una parte dei lasciti non intenzionali può derivare dall'incertezza sui redditi futuri dei figli e non è appannaggio esclusivo dell'incertezza sulla durata della propria vita.

Diverse possibili argomentazioni sono state riportate per giustificare un valore della propensione ai lasciti che potrebbe apparire eccessivamente elevato. Questo valore, necessario per l'ottenimento di un sentiero di consumo ottimo costante nel modello qui analizzato, deve essere ben interpretato per l'importanza del processo di «consumption smoothing » che garantisce.

Gli sforzi interpretativi hanno richiesto anche più tempo rispetto a quelli analitici, ma un modello di cui non si riescano a spiegare i risultati in termini di “vita vissuta” sarebbe facilmente tacciato di mera elucubrazione, più o meno elegante, e

²⁷⁵ C. SIMON FAN, «Survival of the gene, intergenerational transfers and precautionary saving», *Journal of Development Economics*, 76, 2005, pp. 451-479.

²⁷⁶ *Ibidem*.

considerato poco utile per interpretare i “fatti”.

Certi come siamo che altre metodologie potrebbero riuscire a meglio spiegare gli effettivi comportamenti di consumo-risparmio – magari rinunciando alla programmazione dinamica ed assumendo un comportamento di consumo che si avvicina all’ottimo per approssimazioni successive seguendo semplici “rules-of-thumb” –, siamo anche abbastanza fiduciosi che influenze culturali, contesto socio-politico, “capitale umano” ed altre variabili non di natura squisitamente economica (ma con rilevanti impatti sull’economia) siano essenziali per comprendere appieno quei comportamenti abituali di natura psicologica («habits of psychological response») di keynesiana memoria tendenti al raggiungimento di un equilibrio.

Appendice A – La derivazione analitica dell’andamento del consumo ottimo in base al valore della propensione ai lasciti

La generica regola di consumo ottimo per il periodo $T - i$ è:

$$c_{T-i} = \frac{w}{1 + \underbrace{(R^{(1-\rho)/\rho} \cdot \beta^{1/\rho})}_{\psi} \cdot \underbrace{\left(\frac{1 - \beta^{i/\rho}}{1 - \beta^{1/\rho}} + \beta^{(i-1)/\rho} \cdot K^{1/\rho} \right)}_{\xi_i}} = \frac{w}{1 + \psi \cdot \xi_i} \quad (9.18)$$

dove ξ_i rappresenta l’unico fattore che dipende dal numero di periodi rimanenti (i).

L’andamento del consumo al variare di i dipende quindi dal comportamento di ξ_i al variare di i per valori di R , β , ρ e K assegnati: studiamo quindi il segno dell’espressione $\frac{\partial \xi_i}{\partial i}$. Tale segno dipende, come già osservato, dal valore di K .

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial i} = \frac{\overbrace{\beta^{i/\rho} \cdot \ln \beta}^{<0}}{\underbrace{\rho \cdot (\underbrace{\beta^{1/\rho} - 1}_{<1})}_{<0}} + \frac{K^{1/\rho} \cdot \beta^{(i-1)/\rho} \cdot \overbrace{\ln \beta}^{-\delta}}{\underbrace{\rho}_{<0}}$$

L’espressione $\frac{\partial \xi_i}{\partial i}$ è quindi positiva se $K < \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}$, nulla se $K = \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}$, negativa se $K > \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}$.

Per osservare l’andamento del consumo ottimo intertemporale, studiamo il segno di $\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i}$. Dalla (9.18) si ha che:

$$\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i} = - \frac{w}{(1 + \psi \cdot \xi_i)^2} \cdot \frac{\partial (1 + \psi \cdot \xi_i)}{\partial i} = - \underbrace{\frac{w}{(1 + \psi \cdot \xi_i)^2}}_{<0} \cdot \underbrace{\psi}_{>0} \cdot \frac{\partial \xi_i}{\partial i}$$

Da quanto detto sul segno di $\frac{\partial \xi_i}{\partial i}$, si conclude che:

$$\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i} < 0 \quad \text{se} \quad K < \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho};$$

$$\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i} = 0 \quad \text{se} \quad K = \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho};$$

$$\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i} > 0 \quad \text{se} \quad K > \frac{\beta}{(1 - \beta^{1/\rho})^\rho}.$$

Poiché i rappresenta il numero di periodi rimanenti, $\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i}$ indica il comportamento

della regola di consumo ottimo andando a ritroso nel tempo:

$$\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i} < 0 \quad \text{denota un sentiero del consumo crescente;}$$

$$\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i} = 0 \quad \text{denota un sentiero del consumo costante;}$$

$$\frac{\partial c_{T-i}}{\partial i} > 0 \quad \text{denota un sentiero del consumo decrescente.}$$

Appendice B – Simulazioni di due scenari che restituiscono la stessa media del rapporto ricchezza-reddito

Simulazione 1 – assenza di lasciti ricevuti e propensione ai lasciti di 0.66						
età	ricchezza totale	consumo intertemporale	reddito permanente	shock perm.	shock trans.	rapporto ricchezza-reddito
t	X_t	C_t	P_t	N_t	T_t	x_t
0	-	-	100,00	1,00	1,00	-
1	100,00	1,10	100,00	1,00	1,00	1,00
2	198,90	2,22	100,00	1,00	1,00	1,99
3	296,68	3,35	100,00	1,00	1,00	2,97
4	393,33	4,49	100,00	1,00	1,00	3,93
5	488,85	5,64	100,00	1,00	1,00	4,89
6	583,21	6,81	100,00	1,00	1,00	5,83
7	676,40	7,99	100,00	1,00	1,00	6,76
8	768,41	9,18	100,00	1,00	1,00	7,68
9	859,22	10,39	100,00	1,00	1,00	8,59
10	948,83	11,62	100,00	1,00	1,00	9,49
11	1.037,21	12,86	100,00	1,00	1,00	10,37
12	1.124,35	14,11	100,00	1,00	1,00	11,24
13	1.210,24	15,38	100,00	1,00	1,00	12,10
14	1.294,85	16,67	100,00	1,00	1,00	12,95
15	1.378,18	17,98	100,00	1,00	1,00	13,78
16	1.460,20	19,30	100,00	1,00	1,00	14,60
17	1.540,91	20,64	100,00	1,00	1,00	15,41
18	1.620,27	22,00	100,00	1,00	1,00	16,20
19	1.698,27	23,37	100,00	1,00	1,00	16,98
20	1.774,90	24,77	100,00	1,00	1,00	17,75
21	1.850,13	26,18	100,00	1,00	1,00	18,50
22	1.923,95	27,62	100,00	1,00	1,00	19,24
23	1.996,33	29,07	100,00	1,00	1,00	19,96
24	2.067,26	30,55	100,00	1,00	1,00	20,67
25	2.136,71	32,05	100,00	1,00	1,00	21,37
26	2.204,66	33,57	100,00	1,00	1,00	22,05
27	2.271,08	35,12	100,00	1,00	1,00	22,71
28	2.335,96	36,69	100,00	1,00	1,00	23,36
29	2.399,27	38,29	100,00	1,00	1,00	23,99
30	2.460,98	39,91	100,00	1,00	1,00	24,61

Simulazione 2 – flusso annuo dei lasciti dell'1% e propensione ai lasciti nulla							
età	ricchezza totale	Flusso lasciti su ricchezza totale ($\Delta T_t=0$)	consumo intertemporale	reddito permanente	shock perm.	shock trans.	rapporto ricchezza-reddito
t	X_t	1%	C_t	P_t	N_t	T_t	x_t
0	-	-	-	100,00	1,00	1,01	-
1	101,00	1,00	1,12	100,00	1,00	1,01	1,01
2	200,88	1,99	2,26	100,00	1,00	1,01	2,01
3	299,62	2,97	3,40	100,00	1,00	1,01	3,00
4	397,22	3,93	4,57	100,00	1,00	1,01	3,97
5	493,65	4,89	5,74	100,00	1,00	1,01	4,94
6	588,91	5,83	6,93	100,00	1,00	1,01	5,89
7	682,98	6,76	8,13	100,00	1,00	1,01	6,83
8	775,85	7,68	9,35	100,00	1,00	1,01	7,76
9	867,50	8,59	10,58	100,00	1,00	1,01	8,68
10	957,92	9,48	11,83	100,00	1,00	1,01	9,58
11	1.047,10	10,37	13,09	100,00	1,00	1,01	10,47
12	1.135,01	11,24	14,37	100,00	1,00	1,01	11,35
13	1.221,64	12,10	15,66	100,00	1,00	1,01	12,22
14	1.306,98	12,94	16,97	100,00	1,00	1,01	13,07
15	1.391,01	13,77	18,30	100,00	1,00	1,01	13,91
16	1.473,70	14,59	19,65	100,00	1,00	1,01	14,74
17	1.555,05	15,40	21,01	100,00	1,00	1,01	15,55
18	1.635,04	16,19	22,40	100,00	1,00	1,01	16,35
19	1.713,64	16,97	23,80	100,00	1,00	1,01	17,14
20	1.790,84	17,73	25,22	100,00	1,00	1,01	17,91
21	1.866,62	18,48	26,67	100,00	1,00	1,01	18,67
22	1.940,95	19,22	28,13	100,00	1,00	1,01	19,41
23	2.013,82	19,94	29,62	100,00	1,00	1,01	20,14
24	2.085,21	20,65	31,12	100,00	1,00	1,01	20,85
25	2.155,09	21,34	32,65	100,00	1,00	1,01	21,55
26	2.223,43	22,01	34,21	100,00	1,00	1,01	22,23
27	2.290,23	22,68	35,78	100,00	1,00	1,01	22,90
28	2.355,44	23,32	37,39	100,00	1,00	1,01	23,55
29	2.419,05	23,95	39,02	100,00	1,00	1,01	24,19
30	2.481,04	24,56	40,67	100,00	1,00	1,01	24,81

Appendice B – Simulazioni di due scenari che restituiscono la stessa media del rapporto ricchezza-reddito

Simulazione 1 – assenza di lasciti ricevuti e propensione ai lasciti di 0.66						
età	ricchezza totale	consumo intertemporale	reddito permanente	shock perm.	shock trans.	rapporto ricchezza-reddito
t	X_t	C_t	P_t	N_t	T_t	x_t
31	2.521,07	41,56	100,00	1,00	1,00	25,21
32	2.579,51	43,23	100,00	1,00	1,00	25,80
33	2.636,28	44,94	100,00	1,00	1,00	26,36
34	2.691,34	46,67	100,00	1,00	1,00	26,91
35	2.744,67	48,44	100,00	1,00	1,00	27,45
36	2.796,23	50,23	100,00	1,00	1,00	27,96
37	2.845,99	52,06	100,00	1,00	1,00	28,46
38	2.893,93	53,93	100,00	1,00	1,00	28,94
39	2.940,00	55,83	100,00	1,00	1,00	29,40
40	2.984,18	57,76	100,00	1,00	1,00	29,84
41	3.026,42	59,74	100,00	1,00	1,00	30,26
42	3.066,68	61,75	100,00	1,00	1,00	30,67
43	3.104,93	63,80	100,00	1,00	1,00	31,05
44	3.141,13	65,90	100,00	1,00	1,00	31,41
45	3.175,23	68,04	100,00	1,00	1,00	31,75
46	3.207,18	70,23	100,00	1,00	1,00	32,07
47	3.236,95	72,47	100,00	1,00	1,00	32,37
48	3.264,47	74,76	100,00	1,00	1,00	32,64
49	3.289,71	77,11	100,00	1,00	1,00	32,90
50	3.312,60	79,51	100,00	1,00	1,00	33,13
51	3.333,09	81,97	100,00	1,00	1,00	33,33
52	3.351,13	84,49	100,00	1,00	1,00	33,51
53	3.366,64	87,07	100,00	1,00	1,00	33,67
54	3.379,56	89,73	100,00	1,00	1,00	33,80
55	3.389,83	92,46	100,00	1,00	1,00	33,90
56	3.397,38	95,26	100,00	1,00	1,00	33,97
57	3.402,12	98,15	100,00	1,00	1,00	34,02
58	3.403,97	101,12	100,00	1,00	1,00	34,04
59	3.402,85	104,18	100,00	1,00	1,00	34,03
60	3.398,68	107,34	100,00	1,00	1,00	33,99

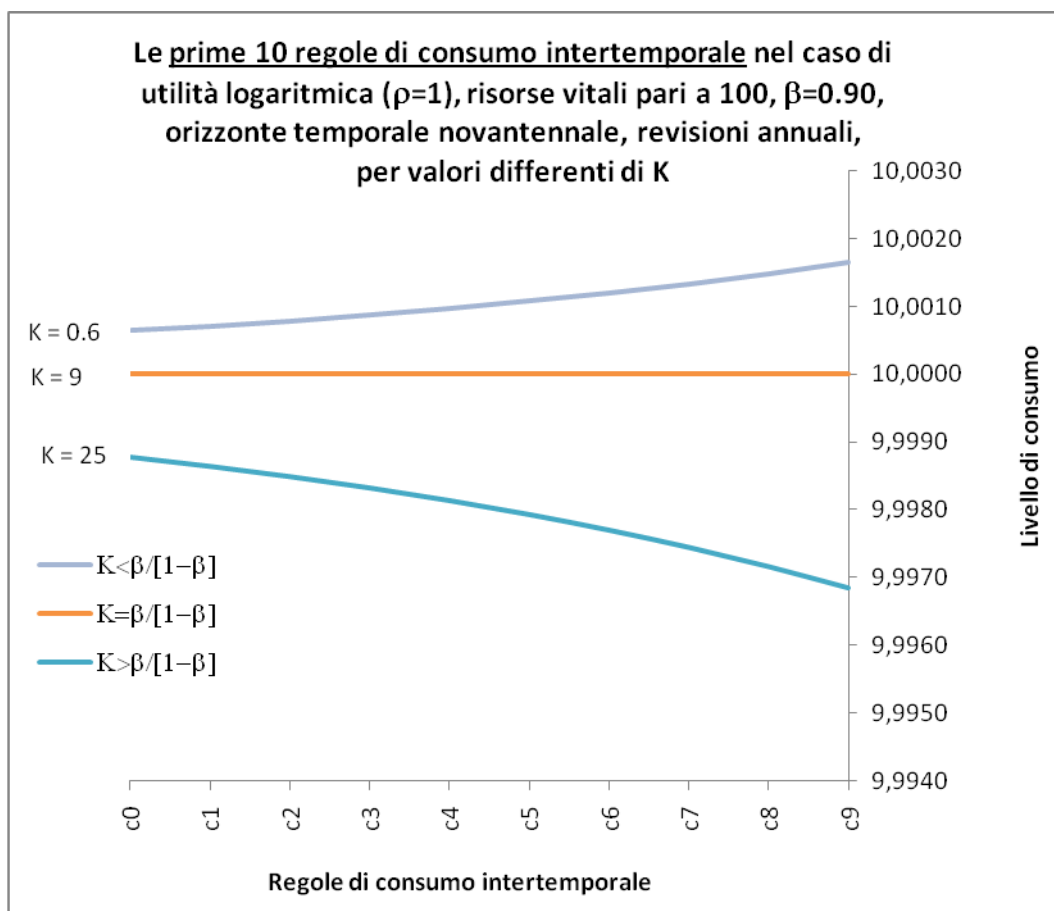
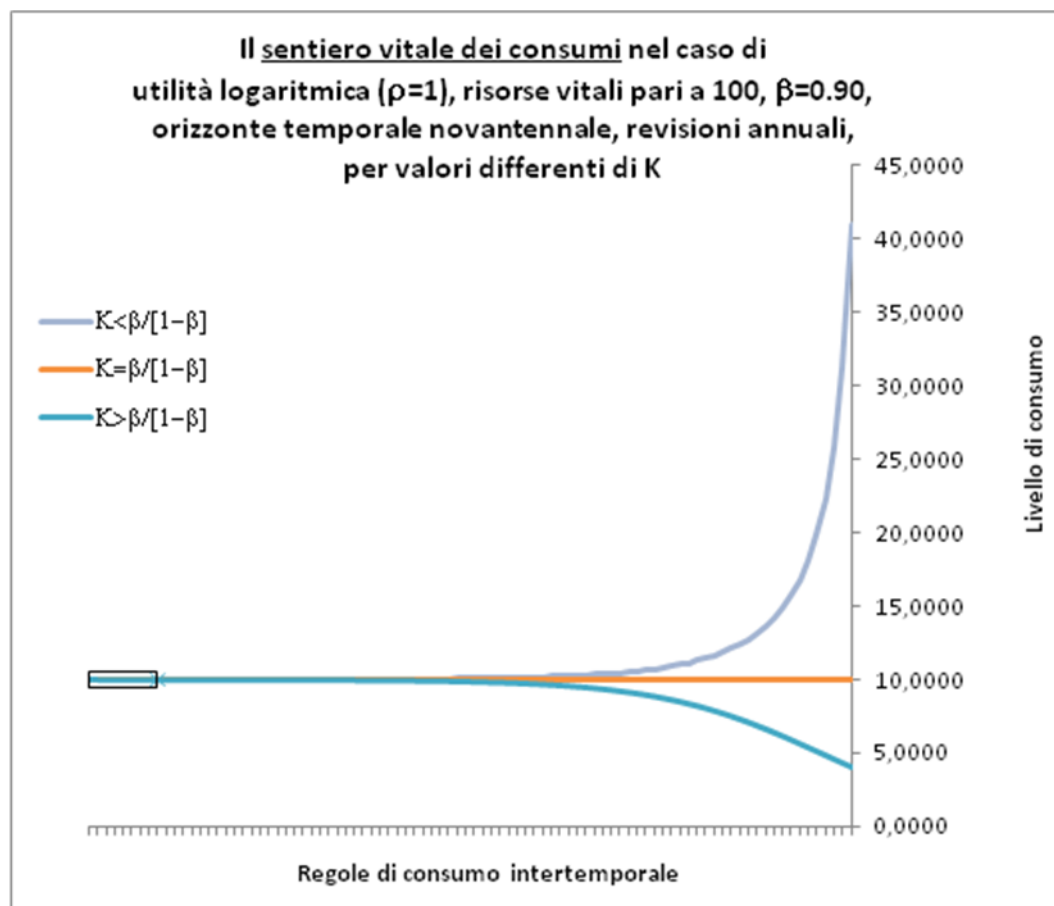
Simulazione 2 – flusso annuo dei lasciti dell'1% e propensione ai lasciti nulla							
età	ricchezza totale	Flusso lasciti su ricchezza totale ($\Delta T_t=0$)	consumo intertemporale	reddito permanente	shock perm.	shock trans.	rapporto ricchezza-reddito
t	X_t	1%	C_t	P_t	N_t	T_t	x_t
31	2.541,36	25,16	42,36	100,00	1,00	1,01	25,41
32	2.600,01	25,74	44,07	100,00	1,00	1,01	26,00
33	2.656,94	26,31	45,81	100,00	1,00	1,01	26,57
34	2.712,13	26,85	47,58	100,00	1,00	1,01	27,12
35	2.765,55	27,38	49,38	100,00	1,00	1,01	27,66
36	2.817,16	27,89	51,22	100,00	1,00	1,01	28,17
37	2.866,94	28,39	53,09	100,00	1,00	1,01	28,67
38	2.914,85	28,86	55,00	100,00	1,00	1,01	29,15
39	2.960,85	29,32	56,94	100,00	1,00	1,01	29,61
40	3.004,91	29,75	58,92	100,00	1,00	1,01	30,05
41	3.046,99	30,17	60,94	100,00	1,00	1,01	30,47
42	3.087,05	30,56	63,00	100,00	1,00	1,01	30,87
43	3.125,05	30,94	65,11	100,00	1,00	1,01	31,25
44	3.160,95	31,30	67,25	100,00	1,00	1,01	31,61
45	3.194,69	31,63	69,45	100,00	1,00	1,01	31,95
46	3.226,24	31,94	71,69	100,00	1,00	1,01	32,26
47	3.255,55	32,23	73,99	100,00	1,00	1,01	32,56
48	3.282,56	32,50	76,34	100,00	1,00	1,01	32,83
49	3.307,22	32,74	78,74	100,00	1,00	1,01	33,07
50	3.329,48	32,97	81,21	100,00	1,00	1,01	33,29
51	3.349,27	33,16	83,73	100,00	1,00	1,01	33,49
52	3.366,54	33,33	86,32	100,00	1,00	1,01	33,67
53	3.381,22	33,48	88,98	100,00	1,00	1,01	33,81
54	3.393,24	33,60	91,71	100,00	1,00	1,01	33,93
55	3.402,53	33,69	94,51	100,00	1,00	1,01	34,03
56	3.409,01	33,75	97,40	100,00	1,00	1,01	34,09
57	3.412,61	33,79	100,37	100,00	1,00	1,01	34,13
58	3.413,24	33,79	103,43	100,00	1,00	1,01	34,13
59	3.410,81	33,77	106,59	100,00	1,00	1,01	34,11
60	3.405,22	33,72	109,85	100,00	1,00	1,01	34,05

Appendice B – Simulazioni di due scenari che restituiscono la stessa media del rapporto ricchezza-reddito

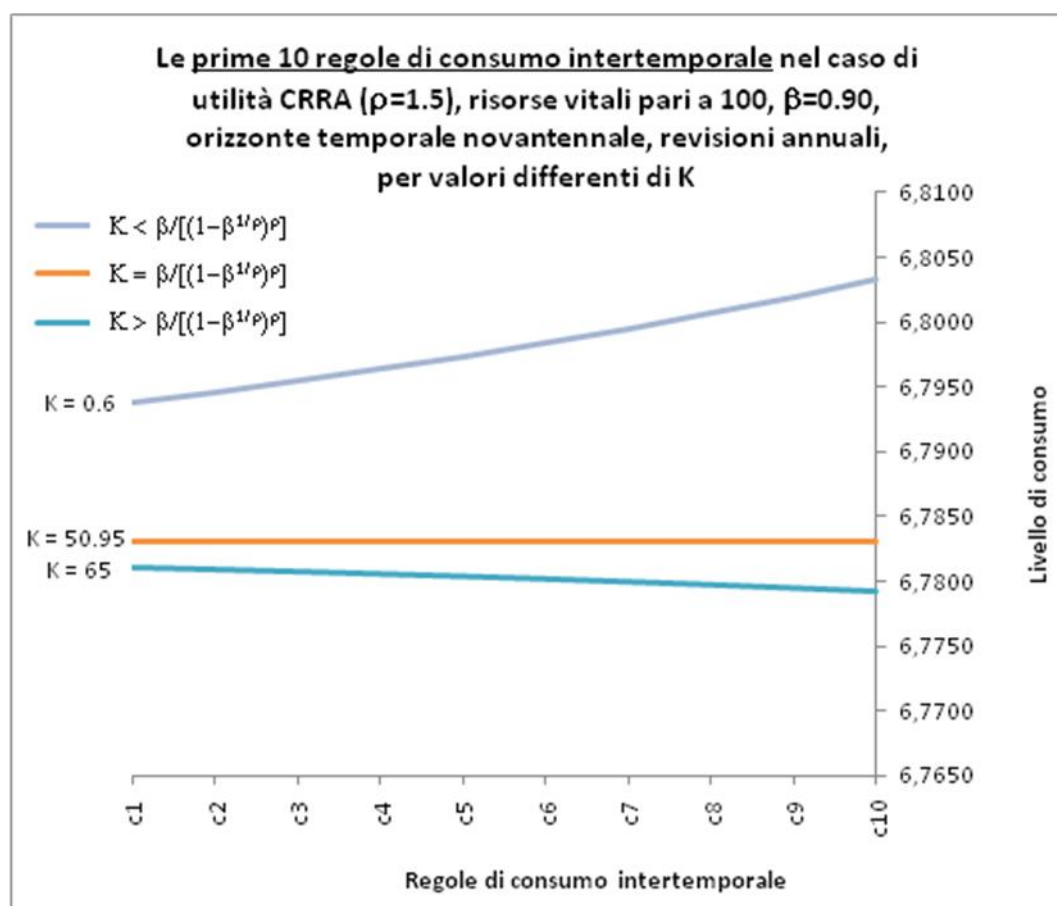
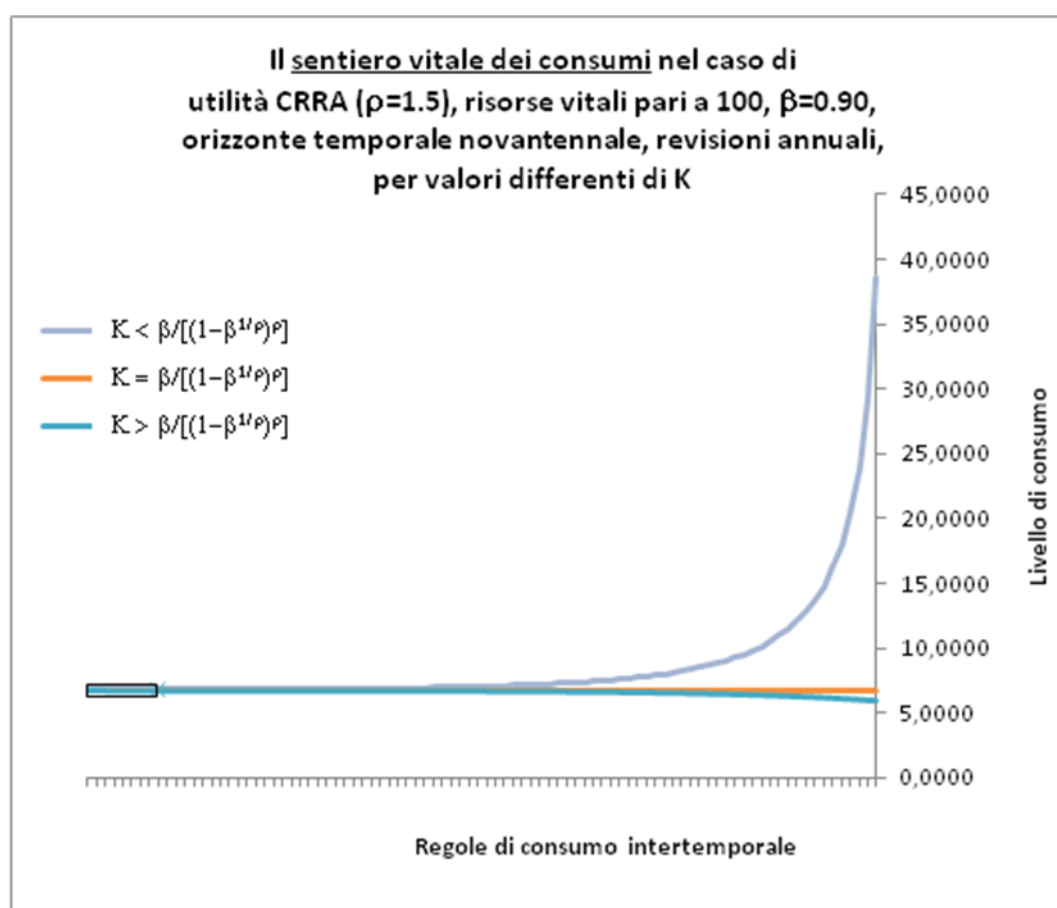
Simulazione 1 – assenza di lasciti ricevuti e propensione ai lasciti di 0.66						
età	ricchezza totale	consumo intertemporale	reddito permanente	shock perm.	shock trans.	rapporto ricchezza-reddito
t	X_t	C_t	P_t	N_t	T_t	x_t
61	3.391,34	110,60	100,00	1,00	1,00	33,91
62	3.380,74	113,97	100,00	1,00	1,00	33,81
63	3.366,77	117,46	100,00	1,00	1,00	33,67
64	3.349,32	121,07	100,00	1,00	1,00	33,49
65	3.328,24	124,82	100,00	1,00	1,00	33,28
66	3.203,42	124,82	100,00	1,00	0,00	32,03
67	3.078,60	124,82	100,00	1,00	0,00	30,79
68	2.953,78	124,82	100,00	1,00	0,00	29,54
69	2.828,95	124,82	100,00	1,00	0,00	28,29
70	2.704,13	124,82	100,00	1,00	0,00	27,04
71	2.579,31	124,82	100,00	1,00	0,00	25,79
72	2.454,49	124,82	100,00	1,00	0,00	24,54
73	2.329,67	124,82	100,00	1,00	0,00	23,30
74	2.204,84	124,82	100,00	1,00	0,00	22,05
75	2.080,02	124,82	100,00	1,00	0,00	20,80
76	1.955,20	124,82	100,00	1,00	0,00	19,55
77	1.830,38	124,82	100,00	1,00	0,00	18,30
78	1.705,55	124,82	100,00	1,00	0,00	17,06
79	1.580,73	124,82	100,00	1,00	0,00	15,81
80	1.455,91	124,82	100,00	1,00	0,00	14,56
81	1.331,09	124,82	100,00	1,00	0,00	13,31
82	1.206,26	124,82	100,00	1,00	0,00	12,06
83	1.081,44	124,82	100,00	1,00	0,00	10,81
84	956,62	124,82	100,00	1,00	0,00	9,57
85	831,80	124,82	100,00	1,00	0,00	8,32
86	706,97	124,82	100,00	1,00	0,00	7,07
87	582,15	124,82	100,00	1,00	0,00	5,82
88	457,33	124,82	100,00	1,00	0,00	4,57
89	332,51	124,82	100,00	1,00	0,00	3,33
90	207,68	124,82	100,00	1,00	0,00	2,08
Media rapporto ricchezza-reddito						21,30

[illegible]

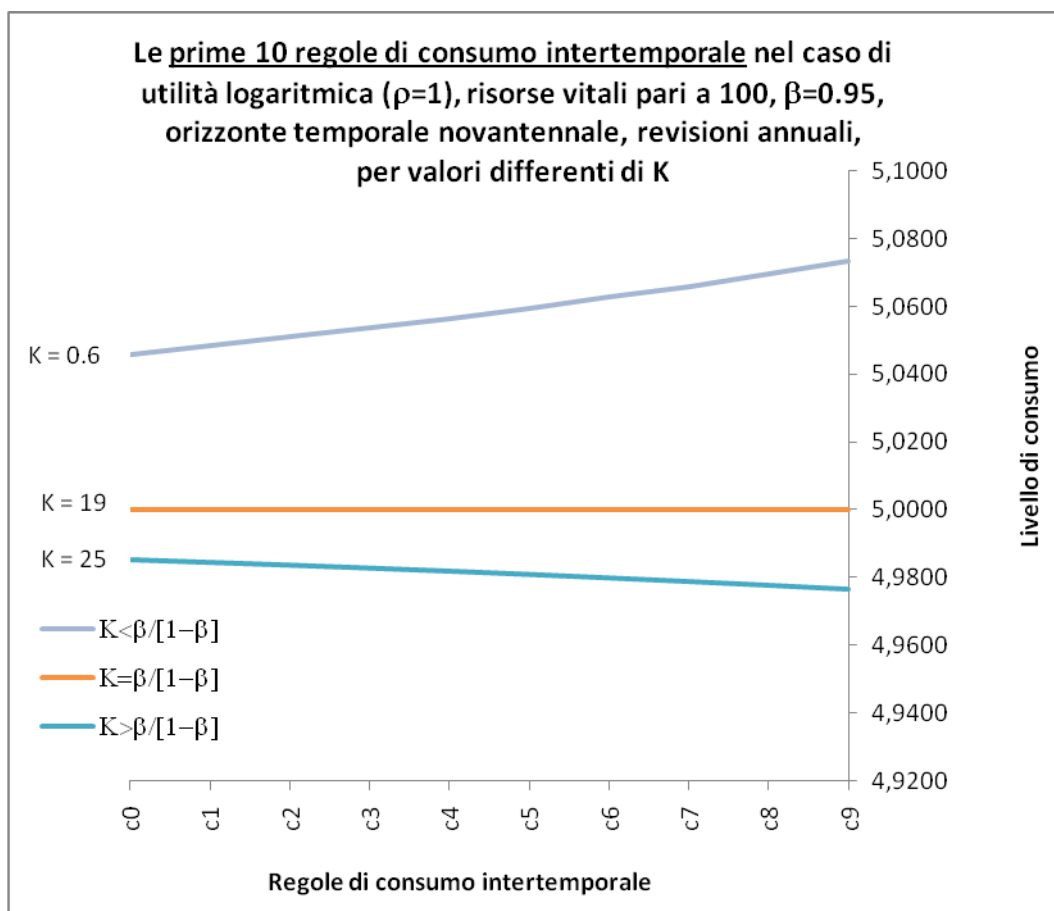
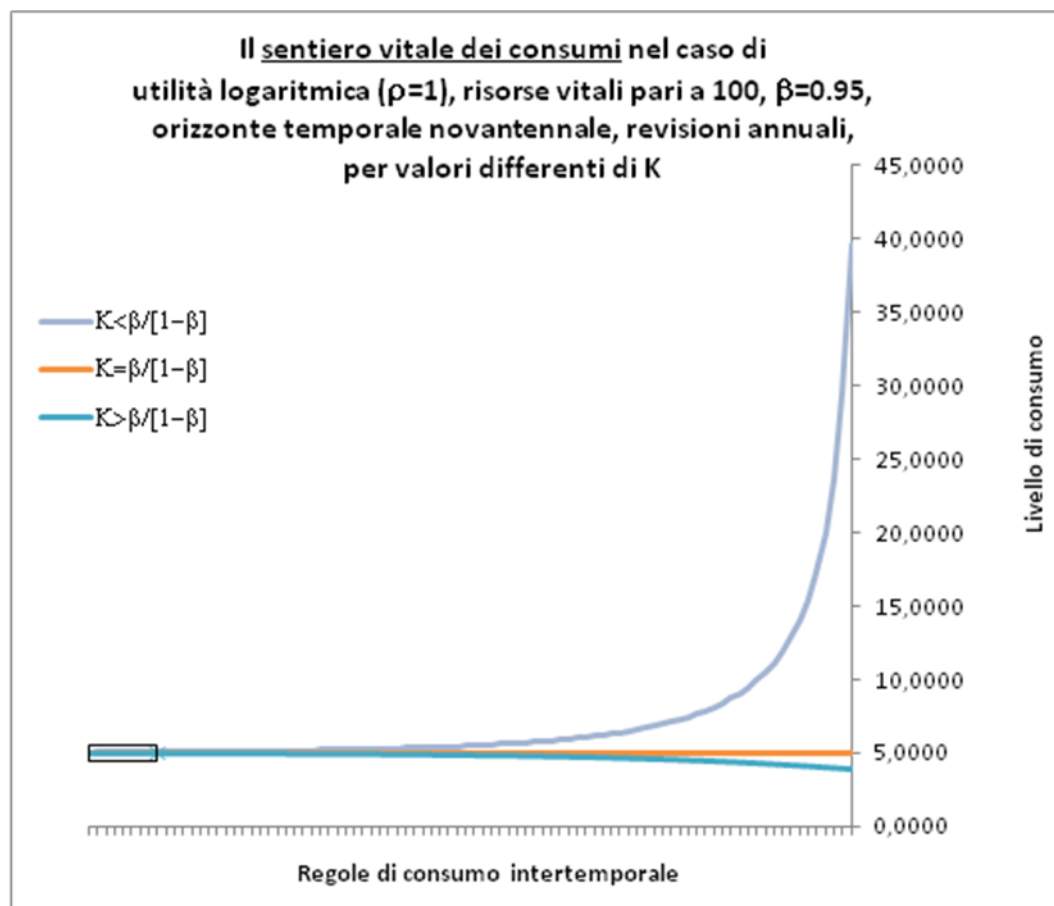
Appendice C – Il sentiero vitale dei consumi per valori differenti di K



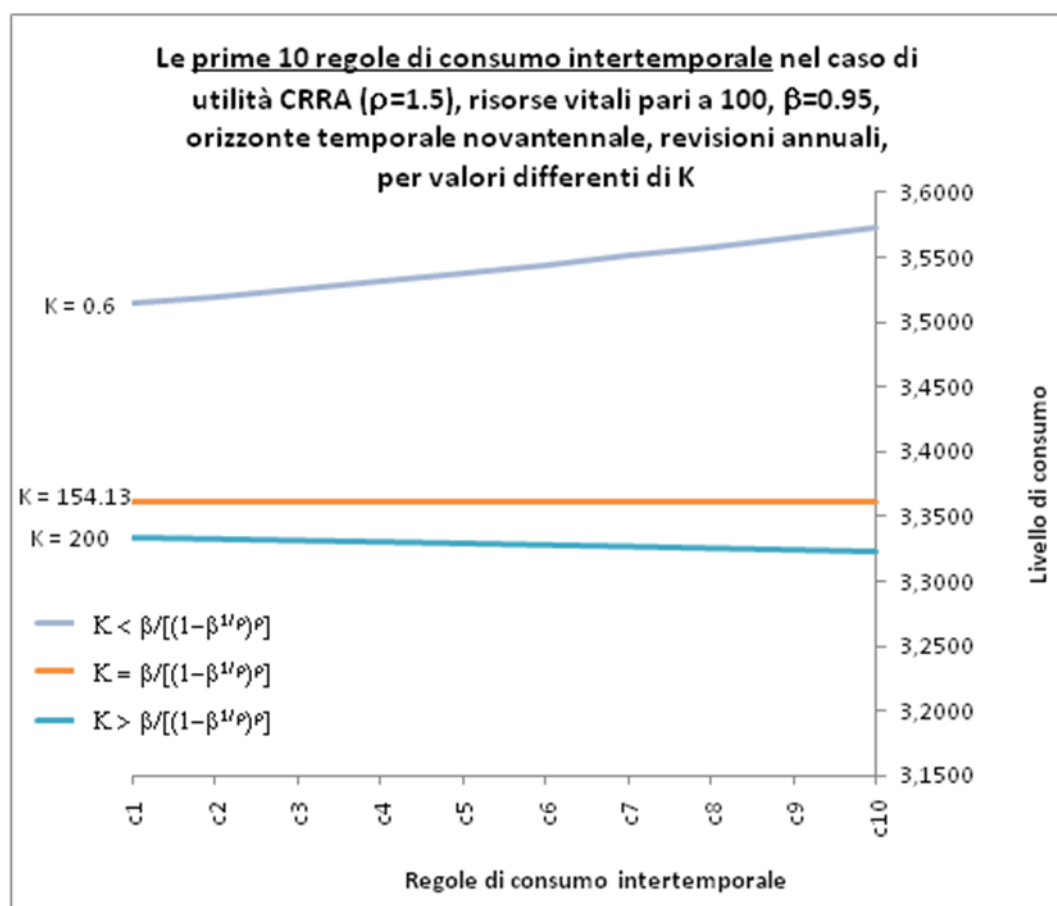
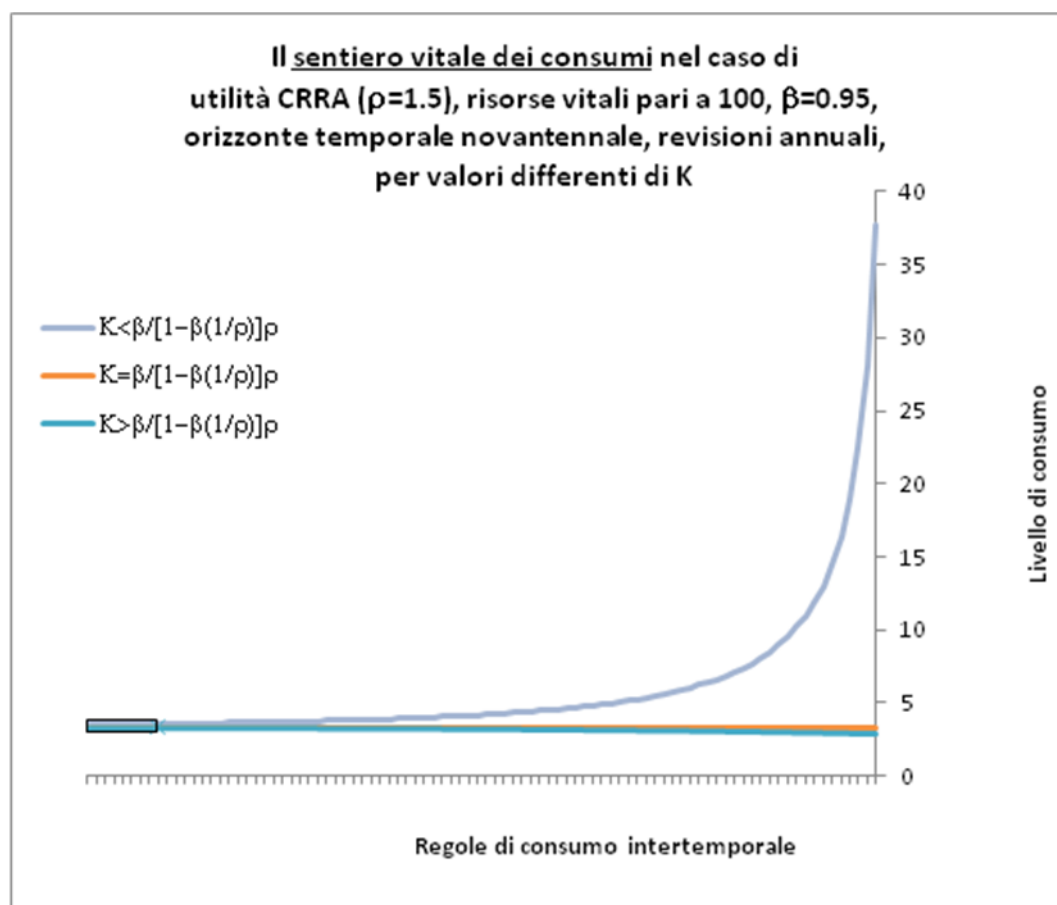
Appendice C – Il sentiero vitale dei consumi per valori differenti di K



Appendice C – Il sentiero vitale dei consumi per valori differenti di K



Appendice C – Il sentiero vitale dei consumi per valori differenti di K



Riferimenti bibliografici

ACKLEY, GARDNER, «The Wealth-Saving Relationship», *Journal of Political Economy*, 1951.

ALESINA, ALBERTO e EDWARD L. GLAESER, «Fighting Poverty in the US and Europe», Oxford, *Oxford University Press*, 2004.

ANDO, ALBERT e A. KENNICKELL, «How Much (or Little) Life Cycle is there in Micro Data? Cases of U.S. and Japan», paper presentato alla Conferenza dell'Istituto Bancario San Paolo di Torino in onore di Franco Modigliani, Massachusetts, 19-21 settembre 1985.

ANGELETOS, GEORGE-MARIOS, DAVID LAIBSON, ANDREA REPETTO, JEREMY TOBACMAN, STEPHEN WEINBERG, «The Hyperbolic Consumption Model: Calibration, Simulation, and Empirical Evaluation», *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 15, No. 3, Summer 2001, pp. 47-68.

ATTANASIO, ORAZIO P. e GUGLIELMO WEBER, «Consumption Growth, the Interest Rate and Aggregation», *Review of Economic Studies*, Vol. 60, No. 3, July 1993, pp. 631-649. Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2298128>

AXELROD, ROBERT, «The Evolution of Cooperation», New York, 1984.

BAILEY, M.J., «National Income and the Price Level», McGraw-Hill, New York, 1962, pp. 75-77.

BALA, VANKATESH e NGO VAN LONG, «International Trade and Cultural Diversity: A Model of Preference Selection», *CESifo Working Paper No. 1242*, 2004.

BANERJEE, RYAN e NICOLETTA BATINI, «UK Consumers' Habits», External MPC Unit, Discussion Paper No. 13, ISSN: 1748 – 6203, Copyright Bank of England, May, 2003.

BARLOW, R., H.E. BRAZER e J.N. MORGAN, «Economic Behavior of the Affluent», Washington, D.C., *The Brookings Institution*, 1966.

BARRO, ROBERT J., «Are Government Bonds Net Wealth?», *Journal of Political Economy*, Vol. 82, No. 6, 1974, pp. 1095-1117.

BENÍTEZ-SILVA, HUGO, «A Dynamic Model of Labor Supply, Consumption/Saving, and Annuity Decisions Under Uncertainty», Economic Department, State University of New York at Stony Brook, New York 11794-4384, September 30, JEL, 2000.

BENTZEL, R., «Nagra Synpunkter pa Sparandets Dynamik», in Festschrift Tillagnad Halvar Sundberg, Uppsala, 1959.

BLANCHARD, OLIVIER, *Macroeconomia*, Quarta edizione italiana a cura di Francesco Giavazzi e Alessia Amighini, Il Mulino, Bologna, 2006.

- BLINDER, A. e ANGUS DEATON, «The Time Series Consumption Function Revisited», *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol. 1985, No. 2, 1985, pp. 465-511.
- BRADY, D.S. e R.D. FRIEDMAN, «Savings and the Income Distribution», New York, *National Bureau of Economic Research*, Studies in Income and Wealth, 9, 1947.
- BRIDGMAN, PERCY W., «The Logic of Modern Physics», MacMillan, New York, 1928.
- BROWN, TILLMAN M., «Habit Persistence and Lags in Consumer Behavior», *Econometrica*, vol. 20, n. 3, 1952, pp. 355-371.
- BROWNING, MARTIN e THOMAS F. CROSSLEY, «The Life-Cycle Model of Consumption and Saving», *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 15, No. 3, Summer 2001, pp. 3-22.
- CAGAN, PHILIP, «The Monetary Dynamics of Hyperinflation», in Milton Friedman (ed.) *Studies in the Quantity Theory of Money*, University of Chicago Press, 1955, pp. 25-117.
- CAGETTI, MARCO, «Interest Elasticity in a Life-Cycle Model with Precautionary Savings», *The American Economic Review*, Vol. 91, No. 2, Papers and Proceedings of the Hundred Thirteenth Annual Meeting of the American Economic Association, May 2001, pp. 418-421.
- CAMPBELL, DAVID W., «Transfer and Life-Cycle Wealth in Japan, 1974-1984», *The Japanese Economic Review*, Vol. 48, No. 4, pp. 410-423, December 1997.
- CARROLL, CHRISTOPHER D., «How Does Future Income Affect Current Consumption?», *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 109, No. 1, February, 1994, pp. 111-147.
- , «Requiem for the Representative Consumer? Aggregate Implications of Microeconomic Consumption Behavior», *The American Economic Review*, Vol. 90, No. 2, Papers and Proceedings of the One Hundred Twelfth Annual Meeting of the American Economic Association, May, 2000, pp. 110-115.
- , «Why do the Rich Save so Much?» in *Does Atlas Shrug? The Economic Consequences of Taxing the Rich*, ed. by Joel Slemrod, 2000.
- , «A Theory of the Consumption Function, With and Without Liquidity Constraints», *JEP*, May 18, 2001.
- , ROBERT E. HALL e STEPHEN P. ZELDES, «The Buffer-Stock Theory of Saving: Some Macroeconomic Evidence», *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol. 1992, No. 2, 1992, pp. 61-156.
- , M. S. KIMBALL, «On the Concavity of the Consumption Function», *Econometrica*, Vol. 64, No. 4, July 1996, pp. 981-992.

CARROLL, CHRISTOPHER D., MISUZU OTSUKA e JIRKA SLACALEK, «How Large Is the Housing Wealth Effect? A New Approach», 2007, <http://econ.jhu.edu/people/ccarroll/papers/COS-WealthEffects>.

–, ANDREW A. SAMWICK, «How Important is Precautionary Saving?», *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 80, No. 3, August, 1998, pp. 410-419.

CASAROSA, CARLO e LUCA SPATARO, «Propensione aggregata al risparmio, rapporto ricchezza-reddito e distribuzione della ricchezza nel modello del ciclo di vita "egualitario": il ruolo delle variabili demografiche», Discussion Paper del Dipartimento di Scienze Economiche – Università di Pisa, n. 51, aprile 2005.

CHAMBERLAIN, GARY e CHARLES A. WILSON, «Optimal Intertemporal Consumption under Uncertainty», November, *Review of Economic Dynamics*, 1999.

CHIRCO, ALESSANDRA e MARCELLA SCRIMITORE, *Microeconomia, Metodi e Strumenti – I mercati concorrenziali*, Esculapio, Bologna, 2001.

DAVIES, J., «Uncertain Life Time, Consumption and Dissaving in Retirement», *Journal of Political Economy*, giugno 1981, n. 89. pp. 561-577.

DEATON, ANGUS, «Saving and Liquidity Constraints», *Econometrica*, Vol. 59, No. 5, September 1991, pp. 1221-1248.

–, «Franco Modigliani and the Life Cycle Theory of Consumption», Research Program in Development Studies and Center for Health and Wellbeing, Princeton University, March, Paper presented at the Convegno Internazionale Franco Modigliani, Accademia Nazionale dei Lincei, Rome, February 17-18, 2005.

–, CHRISTINA PAXSON, «Intertemporal Choice and Inequality», *Journal of Political Economy*, Vol. 102, No. 3, June, 1994, pp. 437-467.

DUESENBERY, JAMES STEMBEL, «Income - Consumption Relations and Their Implications», New York, in Lloyd Metzler et al., *Income, Employment and Public Policy*, W.W. Norton & Company, Inc., 1948.

–, «Income, Saving and the Theory of Consumer Behaviour», Harvard University Press, 1949.

DYNAN, KAREN E., «How Prudent are Consumers?», *Journal of Political Economy*, Vol. 101, No. 6, December, 1993, pp. 1104-1113.

ELTON E.J., M.J. GRUBER, S.J. BROWN, W.N. GOETZMANN, *Modern portfolio theory and investment analysis*, Wiley, 2002, 6^a edizione, cap 1-16.

- FAN, C. SIMON, «Survival of the gene, intergenerational transfers and precautionary saving», *Journal of Development Economics*, 76, 2005, pp. 451-479.
- FAUCCI, RICCARDO, *Breve storia dell'economia politica*, terza edizione, Torino, G. Giappichelli Editore, 2006, p. 289.
- FISHER, IRVING, «The rate of interest», New York, Macmillan, 1907.
- , «The Theory of Interest», New York, 1930.
- FLAVIN, M., «The adjustment of Consumption to Changes in Expectation about Future Income», *Journal of Political Economy*, Vol. 89, No. 5, ottobre 1981, pp. 974-1009.
- FRIEDMAN, MILTON, *A Theory of the Consumption Function*, Princeton, Princeton University Press, 1957.
- , «Windfall, the “Horizon” and Related Concepts in the Permanent Income Hypothesis», Stanford, in Carl F. Christ (ed.) *Measurement in Economics*, Stanford University Press, 1963, pp. 3-28.
- , SIMON KUZNETZ, «Income from Independent Professional Practice», New York, *National Bureau of Economic Research*, 1945, pp. v-xiii; 325-38; 352-64.
- GALE, W. G. e J. K. SCHOLZ, «Intergenerational Transfers and the Accumulation of Wealth», *Journal of Economic Perspectives*, vol. 8, n. 4, 1994, pp. 145-160.
- GAMBETTA, DIEGO, “Can We Trust Trust?”, in *Trust: Making and Breaking Cooperative Relations*, Oxford, 2000, pp. 213-37.
- GLAESER, EDWARD, DAVID LAIBSON e BRUCE SACERDOTE, «An Economic Approach to Social Capital», *Economic Journal*, Vol. 112, No. 483, November 2002, pp. 437-58.
- GOLDSMITH, R.W., «A Study of Saving in the United States», Princeton University Press, 1956.
- GOODY, per *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, 1987.
- GOURINCHAS, PIERRE-OLIVIER e JONATHAN A. PARKER, «Consumption over the Life Cycle», *Econometrica*, Vol. 70, No. 1, January, 2002, pp. 47-89.
- , JONATHAN A. PARKER, «The Empirical Importance of Precautionary Saving», *The American Economic Review*, Vol. 91, No. 2, Papers and Proceedings of the Hundred Thirteenth Annual Meeting of the American Economic Association, May 2001, pp. 406-412.
- GUIISO, LUIGI, PAOLA SAPIENZA e LUIGI ZINGALES, «People’s Opium? Religion and Economic Attitudes», *Journal of Monetary Economics*, Vol. 50, No. 1, 2003, pp. 225-82.

GUIO, LUIGI, PAOLA SAPIENZA e LUIGI ZINGALES, «Cultural Biases in Economic Exchange», *NBER Working Paper No. 11005*, 2004.

–, PAOLA SAPIENZA e LUIGI ZINGALES, «Does Culture Affect Economic Outcomes?», *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 20, No. 2, Spring 2006, pp. 23-48.

HAHM, JOON-HO e DOUGLAS G. STEIGERWALD, «Consumption Adjustment under Time-Varying Income Uncertainty», *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 81, No. 1, February, 1999, pp. 32-40.

HALL, ROBERT E., «Stochastic Implication of the Life-Cycle Permanent Income Hypothesis», *Journal of Political Economy*, Vol. 86, No. 6, dicembre 1978, pp. 971-987.

HARNERMESH, D. S. e P. L. MENCHIK, «Planned and Unplanned Bequests», NBER Working Paper n. 1496, *Economic Inquiry*, vol. 25, n. 1, 1987, pp. 55-66.

HARRIS, CHRISTOPHER e DAVID LAIBSON, *Dynamic Choices of Hyperbolic Consumers*, *Econometrica*, Vol. 69, No. 4., July, 2001, pp. 935-957.

HARROD, R.F., «Towards a Dynamic Economics», Londra, Macmillan, 1948.

HENRICH, JOSEPH, ROBERT BOYD, SAM BOWLES, COLIN CAMERER, HERBERT GINTIS, RICHARD MCELREATH e ERNST FEHR, «In Search of Homo Economicus: Experiments in 15 Small-Scale Societies», *American Economic Review*, Vol. 91, No. 2, 2001, pp. 73-79.

HICKS, JOHN R., «Value and Capital», Oxford, Oxford University Press, seconda edizione, 1946.

HINDY, AYMAN, CHI-FU HUANG e STEVEN H. ZHU, «Optimal consumption and portfolio rules with durability and habit formation», *Journal of Economic Dynamics and Control*, May 1996.

HODGSON, GEOFFREY M., «From Micro to Macro: The Concept of Emergence and the Role of Institutions», Paper presented at international seminar on 'Institution and Economic Development: Towards a Comparative Perspective on State Reform', Rio de Janeiro, Brazil, January 1998, The Judge Institute of Management Studies, University of Cambridge, Trumpington St, Cambridge CB2 1AG.

HORIOKA, CHARLES YUJI e JUNMIN WAN, «The Determinants of Household Saving in China: A Dynamic Panel Analysis of Provincial Data», *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 39, No. 8, December 2007.

HSIANG-KE, CHAO, «Milton Friedman and the Emergence of the Permanent Income Hypothesis», Department of General Economics, Faculty of Economics and Econometrics, University of Amsterdam and Tinbergen Institute, Discussion Paper TI 2001-053/1, 2001.

- HUBBARD, G.L., «"Precautionary" Saving Revisited: Social Security, Individual Welfare, and the Capital Stock», *National Bureau of Economic Research*, Working Paper n.1430, agosto 1984.
- HUBBARD, R. GLENN, JONATHAN SKINNER e STEPHEN P. ZELDES, «Expanding the Life-Cycle Model: Precautionary Saving and Public Policy», *The American Economic Review*, Vol. 84, No. 2, Papers and Proceedings of the Hundred and Sixth Annual Meeting of the American Economic Association, May, 1994, pp. 174-179.
- , JONATHAN SKINNER e STEPHEN P. ZELDES, «Precautionary Saving and Social Insurance», *Journal of Political Economy*, Vol. 103, No. 2, April 1995, pp. 360-399.
- HUNGERFORD, THOMAS L., «Saving Incentives: What May Work, What May Not», Congressional Research Service, June 20, 2006.
- HURD, M.D., «Saving and Bequests», *National Bureau of Economic Research*, Working Paper n. 1826, gennaio 1986.
- HYNES, J. ALLAN, «The Emergence of the Neoclassical Consumption Function: The Formative Years, 1940-1952», *Journal of History of Economic Thought*, 1998, pp. 25-50.
- ICHINO. ANDREA e GIOVANNI MAGGI, «Work Environment and Individual Background: Explaining Regional Shirking Differentials in a Large Italian Firm», *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 115, No. 3, 2000, pp. 1057-90.
- JAPPELLI, TULLIO, «The Life-Cycle Hypothesis, Fiscal Policy, and Social Security», University of Salerno, CSEF and CEPR, February. Paper prepared for the Workshop: 'Franco Modigliani: economista tra teoria e impegno sociale', Roma, Accademia Nazionale dei Lincei, February 17-18, 2005.
- KAZAROSIAN, MARK, «Precautionary Savings – A Panel Study», *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 79, No. 2, May 1997, pp. 241-247.
- KEYNES, JOHN MAYNARD, «The General Theory of Employment, Interest and Money», Londra, MacMillan and Co., 1936. Trad. it., «Teoria generale dell'occupazione, dell'interesse e della moneta», Torino, Einaudi, 1947.
- KIMBALL, M.S., «Precautionary Saving and the Marginal Propensity to Consume», 1990a.
- , «Precautionary Saving in the Small and in the Large», 1990b.
- KOTLIKOFF, L.T. e L.H. SUMMERS, «The Role of Intergenerational Transfers in Aggregate Capital Accumulation», in *Journal of Political Economy*, agosto 1981, pp. 706-732.

- KOTLIKOFF, L.T. e L.H. SUMMERS, «The Contribution of Intergenerational Transfers to Total Wealth: A Reply», in Denis Kessler and André Masson, *Modelling the Accumulation and Distribution of Wealth*, Oxford, Clarendon Press, 1988, pp. 53-67.
- KRUEGER, D. e F. PERRI, «Does Income Inequality Lead to Consumption Inequality? Evidence and Theory», *National Bureau of Economic Research*, Working Paper No. 9202, settembre 2002.
- KUZNETS, SIMON, «Uses of National Income in Peace and War», *National Bureau of Economic Research*, Occasional Paper 6, marzo 1942.
- , «National Income: A Summary of Findings», New York, *National Bureau of Economic Research*, 1946.
- , «National Income 1929-1932», Washington D.C., Senate Document No. 124, 73rd Congress, 2nd Session.
- LAIBSON, DAVID I., «Golden Eggs and Hyperbolic Discounting», *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 62, No. 2, 1997, pp. 443-478.
- , ANDREA REPETTO, JEREMY TOBACMAN, ROBERT E. HALL, WILLIAM G. GALE, GEORGE A. AKERLOF, «Self-Control and Saving for Retirement», *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol. 1998, No. 1, 1998, pp. 91-196.
- LEONG, KENNETH, «Seasonality and The Life-Cycle Permanent Income Hypothesis: Evidence for Australia», The United Kingdom and Germany, Blackwell Publishers Ltd/University of Adelaide and Flinders University of South Australia, June 2001.
- LUCAS, ROBERT E., «Econometric Policy Evaluation: A Critique», Cambridge, in Lucas (1981), *Studies in Business Cycle Theory*, MIT Press, 1976, pp. 104-130.
- LUDVIGSON, SYDNEY C. e ALEXANDER MICHAELIDES, «Does Buffer-Stock Saving Explain the Smoothness and Excess Sensitivity of Consumption?», *The American Economic Review*, Vol. 91, No. 3, June 2001, pp. 631-647.
- LUSARDI, ANNA MARIA, «Permanent Income, Current Income, and Consumption: Evidence from Panel Data», 1992.
- MACURDY, T., «The use of time series processes to model the error structure of earnings in a longitudinal data analysis», *Econometrica*, 1982, Vol. 18, 1, pp. 83-114.
- MAYER, THOMAS, «Permanent Income, Wealth, and Consumption: A Critique of the Permanent Income Theory, the Life-Cycle Hypothesis and Related Theories», Berkeley, University of California Press, 1972.

MEGHIR, COSTAS, «A Retrospective on Friedman's Theory of Permanent Income», article prepared for a conference in honour of Milton Friedman at the University of Chicago in November 2002. Version of January 2004, *University College London and Institute for Fiscal Studies*, WP04/01, IFS.

MENCHIK, PAUL. e M. DAVID, «Income Distribution, Life Time Saving and Bequests», *American Economic Review*, settembre 1983, n. 73, pp. 672-690.

–, NANCY A. JIANAKOPOLOS, «Economics of Inheritance», in *Inheritance and Wealth in America*, saggio 3, New York, Robert K. Miller e Stephen J. McNamee, Plenum Press, 1998, p. 46.

MODIGLIANI, FRANCO, «Fluctuations in the Saving-Income Ratio: A Problem in Economic Forecasting», in *National Bureau of Economic Research*, Studies in Income and Wealth, Princeton, N.J., 1949, vol. IX.

–, «Long-Run Implications of Alternative Fiscal Policies and the Burden of the National Debt», *Economic Journal*, Vol. 71, 1961, pp. 730-55.

–, «The Life Cycle Hypothesis of Saving Twenty Years Later», in M. Parkin, ed. Contemporary Issues in Economics, Manchester University Press, 1975; trad. it. in «Consumo, risparmio, finanza», Bologna, Il Mulino, 1992, p. 178.

–, «Lyfe Cycle, Individual Thrift, and the Wealth of Nations», *AER*, June 1986. This article is the Nobel Lecture of Modigliani delivered in Stockholm, Sweden, December 9, 1985.

–, «The Role of Intergenerational Transfers and Life Cycle Saving in the Accumulation of Wealth», *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 2, No. 2, 1988, pp. 15-40; trad. it. a cura di Mario Zappacosta in F. Modigliani, «Consumo, risparmio, finanza», Bologna, Il Mulino, 1992, saggio 5, «Il ruolo dei trasferimenti intergenerazionali e del risparmio nel processo di accumulazione della ricchezza», p. 221.

–, «Measuring the Contribution of Intergenerational Transfers to Total Wealth: Conceptual Issues and Empirical Findings», in Denis Kessler and André Masson, *Modelling the Accumulation and Distribution of Wealth*, Oxford, Clarendon Press, 1988a, pp. 21-52.

–, «The Role of Intergenerational Transfers and Life Cycle Saving in the Accumulation of Wealth», *Journal of Economic Perspectives*, vol. 2, n. 2, 1988b, pp. 15-40.

–, ALBERT ANDO, «The 'Life Cycle' Hypothesis of Saving: Aggregate Implications and Tests», *American Economic Review*, 53, n. 1, 1963, pp. 55-84.

–, RICHARD BRUMBERG, «Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data», New Brunswick, in K. Kurihara ed., Post Keynesian Economics, Rutgers University Press, 1954.

MODIGLIANI, FRANCO e RICHARD BRUMBERG, «Utility Analysis and Aggregate Consumption Functions: An Attempt at Integration», in A. Abel ed., *Collected Papers of Franco Modigliani*, Vol. 2, MIT Press, Cambridge, 1979.

–, TULLIO JAPPELLI, «The Age-Saving Profile and the Life-Cycle Hypothesis», Centre for Studies in Economics and Finance, Working Paper No. 9, November 1998, Version of April 2003, Forthcoming in 'The Collected Papers of Franco Modigliani', Volume 6, MIT Press.

MORGAN, J.M., M.H. DAVID, W.J. COHEN e H.E. BRAZER, «Income and Welfare in the United States», New York, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1962.

MOTTERLINI, MATTEO, «Metodo e standard di valutazione in economia. Dall'Apriorismo a Friedman», *Studi economici* n. 79, 2003.

MUNK, CLAUS, «Optimal consumption/investment policies with undiversifiable income risk and liquidity constraints», Department of Management, Odense University, DK-5230 Odense M, Denmark, 2000.

NEISSER, H.P., «The Economics of a Stationary Population», *Social Research*, 1944.

OLEKALNS, NILSS, «Has Financial Deregulation Revived the Permanent Income/Life Cycle Hypothesis?», *The Australian Economic Review*, Vol. 30, No.2, pp. 155-166, June 1997.

OWEN, P. DORIAN, «Testing for Financial Buffer Stocks in Sectoral Portfolio Models», *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 72, No. 2, May 1990, pp. 286-295.

PALLEY, THOMAS I., «Relative Permanent Income and Consumption: A Synthesis of Keynes, Duesenberry, Friedman, and Modigliani and Brumbergh», *JEP*, Washington, luglio 2005.

PEMBERTON, JAMES, «The Empirical Failure of the Life Cycle Model with Perfect Capital Markets», *Oxford Economic Papers*, New Series, Vol. 49, No. 2, April 1997, pp. 129-151.

PHELPS, E.S., «The Accumulation of Risky Capital: A Sequential Utility Analysis», *Econometrica*, 30, 1962, pp. 729–743.

–, R.A. POLLAK, «On Second-Best National Saving and Game-Equilibrium Growth», *Review of Economic Studies*, Vol. 35, 1968, pp. 185-199.

POLLOCK, D.S.G. e NICOLETTA LEKKA, «Deconstructing the Consumption Function: New Tools and Old Problems», Queen Mary, University of London, January, 2004.

PROJECTOR, D. e G.S. WEISS, «Survey of Financial Characteristics of Consumers», Washington, D.C., The Board of Governors of the Federal Reserve System, 1964.

REID, MARGARET G., «The Relation of the Within-Group Permanent Component of Income to the Income Elasticity of Expenditures», paper non pubblicato.

SHEFRIN, H.M. e R. THALER, «Life Cycle Vs. Self-Control Theories of Saving: A look at the evidence», paper non pubblicato, 1985.

SHIBATA, KEY, «Further comments on Mr. Keynes' General Theory», Kyoto University Economic Review, Memoirs of 'the Department of Economics in the Imperial University of Kyoto' (published by), Volume XIV, 1939.

SMITH, JAMES E., «Generalized Chebychev Inequalities: Theory and Applications in Decision Analysis», *Operations Research*, Vol. 43, No. 5, September–October, 1995, pp. 807-825.
Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/172035>.

SOULELES, «The Response of Household Consumption to Income Tax Refunds», 1995.

STEINDEL, CHARLES, «The Consumption Wealth Effect», Federal Reserve Bank of New York, 2005.

TOBIN, JAMES, «Essay in Economics», *Macroeconomics*, North Holland, Amsterdam, 1971, p. 91.

TODD SMITH, R., «Cyclical Uncertainty, Precautionary Saving and Economic Growth», *Economica*, New Series, Vol. 63, No. 251, 1996, pp. 477-494.

WACHTER, JESSICA A., «Comment on: "Can financial innovation help to explain the reduced volatility of economic activity?"», *Journal of Monetary Economics*, 2006.

YANG, YUNHONG, «Existence of optimal consumption and portfolio rules with portfolio constraints and stochastic income, durability and habit formation», Institute of Advanced Economic Studies, Wuhan University, Wuhan 430072, China, *Journal of Mathematical Economics*, 1999.

ZELDES, S.P., «Optimal Consumption with Stochastic Income: Deviations from Certainty Equivalence», *Quarterly Journal of Economics*, No. 104, 1989, pp. 275-298.